

2025年度

⑤ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから9ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全問必答)

第1問 (配点 25)

(1) $x = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}$, $y = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}$ のとき,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}, \quad (3x - y)(x - 3y) = \boxed{\text{ウ}}$$

である。

- (2) 三角形ABCにおいて、 $AB = 3\sqrt{2}$, $BC = 4$, $\angle ABC = 45^\circ$ とする。三角形ABCの面積は

$$\triangle ABC = \boxed{\text{エ}}$$

である。また、辺CAの長さ、外接円の半径 R の値は

$$CA = \sqrt{\boxed{\text{オカ}}}, \quad R = \sqrt{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

- (3) 直線 $y = 2ax$ が放物線 $y = x^2 + 4x + 3$, $y = -x^2 + 2x - 5$ のどちらとも共有点をもたない定数 a の値の範囲は

$$\boxed{\text{ク}} - \sqrt{\boxed{\text{ケ}}} < a < \boxed{\text{コ}} + \sqrt{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次に続く。

第2問 (配点 25)

(1) 座標平面上の円 $C: x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$ の中心を P , 半径を r とすると,

$$P \left(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}} \right), r = \boxed{\text{ウ}}$$

である。また, C の点 $(0, 8)$ における接線の方程式は

$$y = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} x + 8$$

である。

(2) ベクトル \vec{a} , \vec{b} について,

$$|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 2, |\vec{a} - 2\vec{b}| = 3$$

とする。 \vec{a} , \vec{b} の内積の値は

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{カ}}$$

である。また, $\vec{a} + \vec{b}$ と $\vec{a} - k\vec{b}$ が垂直になるときの定数 k の値は

$$k = \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。

(3) a を実数の定数とし、2次方程式

$$x^2 - ax + a + 2 = 0$$

の2解を α , β とする。3つの数 1 , α , β がこの順に公比 r の等比数列をなすとき、

$$r = \boxed{\text{コ}}$$

である。また、3つの数 2 , α , β がこの順に正の公差 d の等差数列をなすとき、

$$d = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

第3問 (配点 25)

座標平面上に放物線 $y = -x^2 + 5$ がある。 t を $0 < t < \sqrt{5}$ を満たす定数とし、4点

$$O(0, 0), A(t, 0), B(t, -t^2 + 5), C(0, -t^2 + 5)$$

をとる。

(1) 長方形OABCの4辺の長さの和は

$$t = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \text{ のとき最大値 } \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

をとる。

(2) 長方形OABCを y 軸のまわりに1回転させてできる円柱の体積を V_y とすると、

$$\frac{V_y}{\pi} = -t^4 + \boxed{\text{カ}} t^2$$

であるから、 V_y は

$$t = \frac{\sqrt{\boxed{\text{キク}}}}{\boxed{\text{ケ}}} \text{ のとき最大値 } \frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}} \pi$$

をとる。

(3) 長方形OABCを x 軸のまわりに1回転させてできる円柱の体積を V_x とすると,

$$\frac{V_x}{\pi} = t^5 - \boxed{\text{スセ}} t^3 + \boxed{\text{ソタ}} t$$

であるから, V_x は

$$t = \boxed{\text{チ}} \text{ のとき最大値 } \boxed{\text{ツテ}} \pi$$

をとる。

第4問 (配点 25)

1 から 12 までの数字を 1 つずつ記入した 12 枚のカードがある。

(1) 12 枚のカードから 1 枚のカードを取り出す。取り出したカードの数が、

2 の倍数, または 3 の倍数である確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$

である。

(2) 12 枚のカードから 2 枚のカードを取り出す。

(i) 取り出した 2 枚のカードの数の和が 8 以下である確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}$ である。

(ii) 取り出した 2 枚のカードの数の積が 8 以上である確率は $\frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$ である。

(3) 12 枚のカードを 6 枚ずつ 2 つの組に分ける。

(i) 異なる分け方は全部で $\boxed{\text{コサシ}}$ 通りある。

(ii) 1 と 2 が異なる組に分かれる確率は $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

(4) 12枚のカードを4枚ずつ3つの組に分けるとき、

1, 2, 3が異なる組に分かれる確率は $\frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$

である。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, $\sqrt{\text{コサ}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。