

2024年度

⑥ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから7ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全問必答)

第1問 (配点 25)

- (1) $xy - x - 2y + 4 = 0$, $x > 0$, $y > 0$ を満たす整数 (x, y) の組は

$$(x, y) = \left(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}} \right)$$

である。

- (2) $\triangle ABC$ において, $AB = 5$, $BC = 2\sqrt{6}$, $CA = 3$ とする。 $\cos \angle ACB$ と $\triangle ABC$ の面積 S の値は

$$\cos \angle ACB = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}, \quad S = \boxed{\text{オ}} \sqrt{\boxed{\text{カ}}}$$

である。また, $\triangle ABC$ の頂点 A における外角の二等分線と辺 BC の延長との交点を D とすると,

$$AD = \boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

- (3) 3次方程式 $x^3 - 3x + 1 = 0$ の3解を α , β , γ とすると,

$$\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = \boxed{\text{ケコ}}, \quad \alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4 = \boxed{\text{サシ}}$$

である。

第2問 (配点 25)

(1) 連立方程式 $\log_2 x - 1 = \log_3 y$, $xy = 12\sqrt{6}$ の解は

$$x = \boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}, y = \boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

(2) 座標空間に4点 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 1, 0)$, $B(0, 2, 1)$, $C(t, 2t + 6, 3t - 2)$ がある。4点 O, A, B, C が同一平面上にあるとき、実数の定数 t の値は

$$t = \boxed{\text{オ}}$$

であり、4点 O, A, B, C を頂点にもつ四角形の面積 S の値は

$$S = \boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

(3) 任意の自然数 n に対して、

$$\sum_{k=1}^n (3k^2 - 6k) = \frac{n(n + \boxed{\text{ク}})(\boxed{\text{ケ}}n - \boxed{\text{コ}})}{\boxed{\text{サ}}},$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{3^k - 1}{6^k} = \frac{\boxed{\text{シ}} \cdot 6^n - \boxed{\text{ス}} \cdot 3^n + \boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}} \cdot 6^n}$$

である。

第3問 (配点 25)

赤玉, 黄玉, 青玉が2個ずつ, 合計6個の玉がある。これら6個の玉をそれぞれ A, B, C いずれかの袋に入れる。ただし, どの袋も何個でも玉を入れることができるとする。

(1) 2個の赤玉が同じ袋に入る確率は $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である。また, 同じ色の玉は同じ袋

に入る確率は $\frac{\text{ウ}}{\text{エオ}}$ である。

(2) 1つの袋に1個の玉, 他の1つの袋に2個の玉, 残りの袋に3個の玉が入る確率は

$\frac{\text{カキ}}{\text{クケ}}$ である。また, どの袋にも玉が少なくとも1個入る確率は $\frac{\text{コサ}}{\text{シス}}$ で

ある。

(3) 3つの袋に2個ずつの玉が入る確率は $\frac{\text{セソ}}{\text{タチ}}$ である。また, 3つの袋に2個ず

つの玉を入れたとき, その袋の中は異なる色の玉が2個ずつになる条件付きの確率

は $\frac{\text{ツ}}{\text{テト}}$ である。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次に続く。

第4問 (配点 25)

関数 $f(x) = -x^4 + 2x^3$ について、曲線 $y = f(x)$ 上の点 $P(t, f(t))$ における接線を $l: y = ax + b$ とする。ただし、 $t > 0$ とする。

(1) 関数 $f(x)$ は

$$x = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \quad \text{で極大値} \quad \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$$

をとる。

(2) a, b を t で表すと、

$$a = \boxed{\text{キク}} t^3 + \boxed{\text{ケ}} t^2,$$

$$b = \boxed{\text{コ}} t^4 - \boxed{\text{サ}} t^3$$

である。また、 l が点 P と異なる点で曲線 $y = f(x)$ と接するとき、 t の値は

$$t = \frac{\boxed{\text{シ}} + \sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

(3) $-2 \leq x \leq 2$ における $|f(x)|$ の定積分の値は

$$\int_{-2}^2 |f(x)| dx = \boxed{\text{ソタ}}$$

である。

(4) $t = 1$ のとき, 曲線 $y = f(x)$ と直線 l で囲まれた図形の面積を S とおくと,

$$S = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。

〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
イ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ウ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ク	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ケ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, $\sqrt{\text{コサ}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。