

2024年度

② 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから9ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全 問 必 答)

第1問 (配点 30)

(1) $a = \frac{1}{\sqrt{2} + 1 - \sqrt{3}}$, $b = \frac{1}{\sqrt{2} + 1 + \sqrt{3}}$ について,

$$ab = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad a + b = \boxed{\text{ウ}} + \frac{\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

(2) 関数

$$f(x) = x^2 + 2ax + 3a - 2 \quad (a \text{ は実数の定数})$$

について、方程式 $f(x) = 0$ が実数解をもたないような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{カ}} < a < \boxed{\text{キ}}$$

である。また、 $f(x)$ の最小値を $m(a)$ とおくと、

$$m(a) \text{ の最大値は } \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。

(3) 三角形ABCは $AB = BC$ を満たす二等辺三角形である。辺BC上の点Dは

$$AD = 8, CD = 6, \angle ADC = 60^\circ$$

を満たす。このとき、線分BDの長さは

$$BD = \boxed{\text{コ}}$$

であり、三角形ABCの面積は、

$$\triangle ABC = \boxed{\text{サシ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

(4) さいころを3回投げるとき、

$$\text{出る目の積が偶数になる確率は } \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

であり、

$$\text{出る目の和が6以下になる確率は } \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$$

である。

第2問 (配点 30)

- (1) 実数 x, y が $(3 + 2i)x + (2 - 3i)y = 8 + i$ を満たすとき,

$$x = \boxed{\text{ア}}, y = \boxed{\text{イ}}$$

である。ただし、 i は虚数単位である。

- (2) $1 \leq x \leq 4$ で定義された関数 $f(x) = (\log_2 x)^2 - 3\log_2 x + 4$ は

$$x = \boxed{\text{ウ}} \text{ で最大値 } \boxed{\text{エ}}$$

をとり,

$$x = \boxed{\text{オ}} \sqrt{\boxed{\text{カ}}} \text{ で最小値 } \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

をとる。

- (3) ベクトル \vec{a}, \vec{b} が

$$|\vec{a}| = 2, |\vec{a} - \vec{b}| = 3, |\vec{a} + \vec{b}| = 5$$

を満たしている。このとき、 \vec{a} と \vec{b} の内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値は

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{ケ}}$$

である。また、 $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$ とおくと、三角形 OAB の面積は

$$\triangle OAB = \boxed{\text{コ}}$$

である。

(4) 数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = 10, a_{n+1} = 3a_n - 12 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとき、一般項 a_n は、

$$a_n = \boxed{\text{サ}} \cdot \boxed{\text{シ}}^{n-1} + \boxed{\text{ス}}$$

であり、

$$\sum_{k=1}^n a_k = \boxed{\text{セ}} \cdot \boxed{\text{ソ}}^n + \boxed{\text{タ}}n - \boxed{\text{チ}}$$

である。

第3問 (配点 20)

座標平面上に円

$$C_1 : x^2 + y^2 - 12x - 6y + 25 = 0$$

があり, C_1 の中心をA, 半径を r_0 とおく。

(1) Aの座標と半径 r_0 の値は,

$$A \left(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}} \right), r_0 = \boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

(2) k を実数の定数とする。円 C_1 と直線 $l : x + 2y = k$ が異なる2点で交わる時、 k の値の範囲は

$$\boxed{\text{オ}} < k < \boxed{\text{カキ}}$$

である。

$k = 7$ のとき, 円 C_1 が直線 l から切り取る線分の長さは

$$\boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}$$

である。

(3) 円 C_1 と円 $C_2 : x^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ が共有点をもつ r の値の範囲は

$$\sqrt{\boxed{\text{サ}}} \leq r \leq \boxed{\text{シ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次に続く。

第4問 (配点 20)

関数 $f(x)$ が

$$f(x) = \int_3^x (2t^2 - 8t + 6) dt$$

を満たしている。

(1) $f(x)$ は

$$f(x) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} x^3 - \boxed{\text{ウ}} x^2 + \boxed{\text{エ}} x$$

であり、

$$x = \boxed{\text{オ}} \text{ で極大値, } x = \boxed{\text{カ}} \text{ で極小値}$$

をとる。

(2) a を実数の定数とする。方程式 $f(x) = a$ が異なる3個の実数解をもつ a の値の範囲は

$$\boxed{\text{キ}} < a < \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。

(3) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(2, f(2))$ における接線 l の方程式は

$$y = \boxed{\text{コサ}} x + \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

であり、曲線 $y = f(x)$ 、直線 l および y 軸で囲まれた部分の面積を S とおくと、

$$S = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 キク / ケ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, コ $\sqrt{\text{サ}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。