

2024年度

① 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから7ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全 問 必 答)

第1問 (配点 30)

- (1) $\sqrt{5}$ の整数部分を a 、小数部分を b とおくと、

$$a = \boxed{\text{ア}}, \quad b^2 + \frac{1}{b^2} = \boxed{\text{イウ}}$$

である。

- (2) 放物線 $y = 2x^2 + 3x - 7$ を

$$x \text{ 軸方向に } \boxed{\text{エ}}, \quad y \text{ 軸方向に } \boxed{\text{オ}}$$

だけ平行移動すると放物線 $y = 2x^2 - x + 1$ に重なる。

- (3) 円に内接する四角形 ABCD において、

$$AB = 5, \quad BC = 3, \quad CD = 3DA, \quad \angle ABC = 120^\circ$$

とする。対角線 AC、辺 DA の長さ、および外接円の半径 R の値は

$$AC = \boxed{\text{カ}}, \quad DA = \sqrt{\boxed{\text{キ}}}, \quad R = \frac{\boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

- (4) 白玉4個，黒玉2個が入った袋がある。袋から1個の玉を取り出してもとに戻す操作を4回行うとき，

黒玉がちょうど2回出る確率は

サ
シス

である。また，袋から4個同時に取り出すとき，

黒玉がちょうど2個含まれる確率は

セ
ソ

である。

第2問 (配点 30)

(1) $x = \frac{1}{2 + \sqrt{2}i}$, $y = \frac{1}{2 - \sqrt{2}i}$ のとき,

$$x^2 + xy + y^2 = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$$

である。ただし、 i は虚数単位である。

- (2) 座標平面上に、円 $C: x^2 + y^2 - 4x - 8y - 5 = 0$ がある。円 C の中心を A 、半径を r とおくと、

$$A \left(\boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オ}} \right), \quad r = \boxed{\text{カ}}$$

である。また、円 C の点 $(6, 1)$ における接線の方程式は

$$y = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}x - \boxed{\text{ケ}}$$

である。

- (3) $0 < \theta < \pi$ とする。方程式 $\sin \theta = \sin 2\theta$ の解は

$$\theta = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \pi,$$

$\cos \theta = \cos 2\theta$ の解は

$$\theta = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \pi$$

である。

(4) 数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = a_n + 4 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとき、一般項 a_n は、

$$a_n = \boxed{\text{セ}} n - \boxed{\text{ソ}}$$

である。さらに、数列 $\{b_n\}$ が

$$b_1 = 1, \quad b_{n+1} = b_n + a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとき、一般項 b_n は、

$$b_n = \boxed{\text{タ}} n^2 - \boxed{\text{チ}} n + \boxed{\text{ツ}}$$

である。

第3問 (配点 20)

3次関数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x$ について,

(1) 導関数は

$$f'(x) = x^2 - \boxed{\text{ア}}x + \boxed{\text{イ}}$$

であり, 関数 $f(x)$ は

$$x = \boxed{\text{ウ}} \text{ で極大値, } x = \boxed{\text{エ}} \text{ で極小値}$$

をとる。

(2) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $O(0, 0)$ における接線 l の方程式は,

$$y = \boxed{\text{オ}}x$$

である。また, 点 O を通り, O と異なる点で曲線 $y = f(x)$ と接する直線を m とすると, m の方程式は

$$y = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}x$$

である。

(3) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = 2x$ で囲まれた2つの部分の面積の和を S とおくと,

$$S = \frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

第4問 (配点 20)

平面上に三角形ABCがある。平面上の点Pが、

$$5\overrightarrow{AP} + 3\overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{0}$$

を満たしており、直線APと直線BCの交点をQとする。

- (1) $\overrightarrow{AP}$ を $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ で表すと、

$$\overrightarrow{AP} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \overrightarrow{AC}$$

であり、

$$\overrightarrow{AQ} = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \overrightarrow{AP}$$

である。

- (2) $AB=2$, $AC=3$, $BC=\sqrt{10}$ とする。 $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ の内積は

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。また、線分APの長さは

$$AP = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(－, 土), 数字(0～9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に－83 と答えたいとき

ア	☒ － ☐ 土 ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	☐ － ☐ 土 ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ☒ 8 ⑨
ウ	☐ － ☐ 土 ① ② ☒ 3 ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。
符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	☒ － ☐ 土 ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	☐ － ☐ 土 ① ② ③ ☒ 4 ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	☐ － ☐ 土 ① ② ③ ④ ☒ 5 ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, $\frac{\sqrt{\text{コサ}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところ
を, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。