

2023年度

## ③ 数 学

(100点 60分)

### 〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから9ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
  - ① 氏名欄  
氏名・フリガナを記入しなさい。
  - ② 受験番号欄  
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

### 〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

# 数 学

(全 問 必 答)

## 第1問 (配点 25)

(1)  $x = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{3}$ ,  $y = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{3}$  のとき,

$$xy = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad (3x - y)(x - 3y) = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

(2) 連立不等式  $\begin{cases} |x - 3| < 4 \\ 2(3 - x) + 8 < 3(x - 2) \end{cases}$  の解は

$$\boxed{\text{オ}} < x < \boxed{\text{カ}}$$

である。

(3) 関数  $f(x) = x^2 - 4x + 2$  の  $0 \leq x \leq a$  における最大値が2, 最小値が-2であるとき, 定数  $a$  の値の範囲は

$$\boxed{\text{キ}} \leq a \leq \boxed{\text{ク}}$$

である。

(4) 2個のさいころを同時に投げるとき、出た目の積が10の倍数である確率は

$\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。また、3個のさいころを同時に投げるとき、出た目の積が10の

倍数である確率は  $\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$  である。

## 第2問 (配点 25)

- (1)  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  とする。  $3\cos 2\theta + 19\sin\theta - 13 = 0$  のとき,

$$\sin\theta = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad \sin 2\theta = \frac{\boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

- (2) 座標平面上で、点  $(x, y)$  が不等式

$$(x - 3)^2 + (y - 4)^2 \leq 1$$

で表された領域を動くとき、 $x$  がとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{カ}} \leq x \leq \boxed{\text{キ}}$$

である。また、 $x^2 + y^2$  がとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{クケ}} \leq x^2 + y^2 \leq \boxed{\text{コサ}}$$

である。

- (3) 第5項が45、第10項が15である等差数列  $\{a_n\}$  の一般項は、

$$a_n = \boxed{\text{シス}} - \boxed{\text{セ}}n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

である。また、初項から第  $n$  項までの和が最大になるときの  $n$  の値は

$$n = \boxed{\text{ソタ}}$$

である。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次に続く。

### 第3問 (配点 25)

平面上の三角形OABにおいて、辺ABを1:2に内分する点をC、線分OCを3:1に内分する点をDとする。

(1) 条件より

$$\overrightarrow{OD} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \overrightarrow{OC} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \overrightarrow{OB}$$

である。

(2)  $BD \perp OA$  のとき、

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} |\overrightarrow{OA}|^2$$

が成り立つ。さらに、 $AD \perp OB$  のとき、

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} |\overrightarrow{OB}|^2$$

が成り立つ。

(3) (2)において、 $OA = 2\sqrt{3}$  とすると、

$$\cos \angle AOB = \frac{\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

であり、三角形OABの面積と外接円の半径 $R$ の値は

$$\triangle OAB = \boxed{\text{ス}} \sqrt{\boxed{\text{セ}}}, \quad R = \frac{\boxed{\text{ソ}} \sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

## 第4問 (配点 25)

2つの関数

$$f(x) = 2x^2 - 4x + 1, \quad g(x) = 2x^2 - 12x + 21$$

を考える。

- (1) 2つの放物線  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  の交点 A の座標は

$$A \left( \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \right)$$

である。点 A を通り  $x$  軸と平行な直線と2つの放物線  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  で囲まれた部分の面積をそれぞれ  $S_1$ ,  $S_2$  とおくと、

$$S_1 = \boxed{\text{オ}}, \quad S_2 = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

- (2) 放物線  $y = f(x)$  上の点  $(t, f(t))$  における接線の方程式は

$$y = \left( \boxed{\text{ク}}t - \boxed{\text{ケ}} \right)x - \boxed{\text{コ}}t^2 + \boxed{\text{サ}}$$

であり、この接線が放物線  $y = g(x)$  と接するとき、

$$t = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

- (3) 2つの放物線  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  と, それに接する直線で囲まれた部分の面積を  $S_3$  とおくと,

$$S_3 = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

## 〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2  $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$  に  $-\frac{4}{5}$  と答えたいときは,  $\frac{-4}{5}$  として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば,  $\sqrt{\text{コサ}}$  ,  $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$  に  $4\sqrt{2}$  ,  $\frac{\sqrt{13}}{2}$  と答えるところを,  $2\sqrt{8}$  ,  $\frac{\sqrt{52}}{4}$  のように答えてはいけません。