

2022年度

④ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから7ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全 問 必 答)

第1問 (配点 25)

(1) $x + \frac{1}{x} = \sqrt{7}$ のとき,

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \boxed{\text{ア}}, \quad x^3 + \frac{1}{x^3} = \boxed{\text{イ}} \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

(2) 三角形ABCにおいて, $BC = 2x - 5$, $CA = x + 2$, $AB = x - 1$, $\angle BAC = 60^\circ$ とすると,

$$x = \boxed{\text{エ}}, \quad \triangle ABC = \boxed{\text{オカ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

(3) 実数全体の集合を全体集合とし, その部分集合 A , B を

$$A = \{x \mid 2 < x < 5\},$$

$$B = \{x \mid x < a - 2, a + 2 < x\} \quad (a \text{ は実数の定数})$$

と定義する。 $A \cap B$ が空集合になる a の値の範囲は

$$\boxed{\text{ク}} \leq a \leq \boxed{\text{ケ}}$$

である。また, $A \cap B$ にただ1つの整数値の要素が属する a の値の範囲は

$$\boxed{\text{コ}} \leq a < \boxed{\text{サ}}, \quad \boxed{\text{シ}} < a \leq \boxed{\text{ス}}$$

である。

第2問 (配点 25)

(1) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 $(\sin\theta - 2)^2 + (\cos\theta + 2)^2 = 7$ が成り立つとき、

$$\sin\theta - \cos\theta = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad \sin\theta \cos\theta = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

であり、

$$\sin\theta = \frac{\boxed{\text{オ}} + \sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

(2) 不等式 $(\log_2 x)^2 < \log_2 x^2 + 2^3$ の解は

$$\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} < x < \boxed{\text{コサ}}$$

である。

(3) 数列 $\{a_n\}$ が $\sum_{k=1}^n ka_k = n(n+1)(n+2)$ を満たすとき、

$$a_1 = \boxed{\text{シ}}, \quad a_n = \boxed{\text{ス}}n + \boxed{\text{セ}} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

が成り立ち、

$$\sum_{k=1}^n a_k = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}n^2 + \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}n$$

である。

第3問 (配点 25)

3次関数 $f(x) = (x + 1)(x - 2)^2$ がある。

(1) 導関数は

$$f'(x) = \boxed{\text{ア}} x^2 - \boxed{\text{イ}} x$$

であり、 $f(x)$ は

$$x = \boxed{\text{ウ}} \text{ で極大値 } \boxed{\text{エ}},$$
$$x = \boxed{\text{オ}} \text{ で極小値 } \boxed{\text{カ}}$$

をとる。

(2) 座標平面上で、連立不等式 $y \leq f(x)$, $0 \leq x \leq 2$, $y \geq 0$ を満たす領域の面積を S_1 、連立不等式 $y \leq f(x)$, $2 \leq x \leq 4$, $y \geq 0$ を満たす領域の面積を S_2 とおくと、

$$S_1 = \boxed{\text{キ}}, \quad S_2 = \boxed{\text{ク}} S_1$$

が成り立つ。

(3) 曲線 $y = f(x)$ の点 $(-1, 0)$ における接線 l の方程式は

$$y = \boxed{\text{ケ}} (x + 1)$$

である。また、 $-1 \leq x \leq 0$ の部分で、曲線 $y = f(x)$ と l および y 軸で囲まれた図形の面積を S_3 とおくと、

$$S_3 = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次に続く。

第4問 (配点 25)

三角形OABにおいて、 $OA=3$ 、 $OB=5$ とする。辺ABを1:3に内分する点をPとし、 $OP \perp AB$ が成り立つとする。

(1) ベクトル \overrightarrow{OP} を \overrightarrow{OA} 、 \overrightarrow{OB} で表すと、

$$\overrightarrow{OP} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \overrightarrow{OB}$$

である。また、 \overrightarrow{OP} と \overrightarrow{AB} の内積は

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AB} = \boxed{\text{オ}}$$

であるから、

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \boxed{\text{カ}}$$

が成り立つ。

(2) ベクトル \overrightarrow{AB} の大きさと、三角形OABの面積は、

$$|\overrightarrow{AB}| = \boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}}, \quad \triangle OAB = \boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コサ}}}$$

である。

(3) 線分BPの中点をQ, 点Qを通りOAに平行な直線と直線OPの交点をRとする。

このとき,

$$\vec{OQ} = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \vec{OA} + \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \vec{OB}, \quad \vec{OR} = \frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}} \vec{OA} + \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} \vec{OB}$$

である。

〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, $\sqrt{\text{コサ}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。