

2022年度

## ③ 数 学

(100点 60分)

### 〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから9ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
  - ① 氏名欄  
氏名・フリガナを記入しなさい。
  - ② 受験番号欄  
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

### 〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

# 数 学

(全 問 必 答)

## 第1問 (配点 25)

- (1)  $a$  を実数の定数とする。2次関数  $f(x) = x^2 - 2ax - a + 6$  のグラフ  $y = f(x)$  が  $x$  軸と異なる2点で交わる  $a$  の値の範囲は

$$a < \boxed{\text{アイ}}, \boxed{\text{ウ}} < a$$

である。また、その2点が  $x > 0$  の部分にある  $a$  の値の範囲は

$$\boxed{\text{エ}} < a < \boxed{\text{オ}}$$

である。

- (2) 三角形ABCにおいて  $BC = 7$ ,  $CA = 6$ ,  $AB = 5$  とすると、

$$\cos \angle BAC = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

であり、三角形ABCの面積を  $S$ , 内接円の半径を  $r$  とすると、

$$S = \boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}, \quad r = \frac{\boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

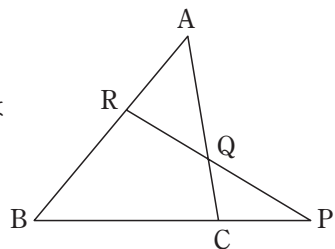
(3) 三角形ABCにおいて、辺BCを3:1に外分する点をP、辺CAを1:2に内分する点をQとし、直線PQと辺ABの交点をRとする。このとき、

$$\frac{AR}{RB} = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}, \quad \frac{PQ}{QR} = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

である。また、三角形AQRと三角形CPQの面積の比は

$$\frac{\triangle AQR}{\triangle CPQ} = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。



## 第2問 (配点 25)

- (1) 不等式  $2\log_2 x < \log_2(x+4) + 1$  の解は

$$\boxed{\text{ア}} < x < \boxed{\text{イ}}$$

である。

- (2) 座標平面上に円  $C: x^2 + y^2 - 4x - 10y + 19 = 0$ , 直線  $L: x - y + 1 = 0$  がある。円  $C$  の中心  $A$  の座標と半径  $r$  は

$$A \left( \boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エ}} \right), \quad r = \sqrt{\boxed{\text{オカ}}}$$

である。また,  $C$  が直線  $L$  から切り取る線分の長さ  $d$  の値は

$$d = \boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

(3) 数列  $\{a_n\}$  は次の関係式で定められている。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n + 2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$b_n = \frac{1}{a_n}$  とおくと

$$b_{n+1} = \boxed{\text{ケ}} b_n + \boxed{\text{コ}}$$

となり、 $\{a_n\}$  の一般項は

$$a_n = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}^n - \boxed{\text{ス}}}$$

である。

### 第3問 (配点 25)

赤色のカードが6枚、白色のカードが3枚ある。赤色のカードには、それぞれ1, 1, 2, 2, 3, 3の数字が書かれており、白色のカードには、それぞれ1, 2, 3の数字が書かれている。

(1) これら9枚のカードを袋に入れ、無作為に1枚のカードを取り出すとき、

赤色のカードを取り出す確率は  $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ ,

1の数字が書かれたカードを取り出す確率は  $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$

である。

(2) これら9枚のカードを袋に入れ、無作為に2枚のカードを取り出すとき、

2枚とも赤色のカードを取り出す確率は  $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ ,

2枚とも同じ数字が書かれたカードを取り出す確率は  $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$

である。

(3) これら 9 枚のカードを一行に並べるとき、

左端または右端に白色のカードがある確率は  $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ ,

数字 1 のカードのどの 2 枚も隣り合わない確率は  $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セン}}}$

である。

## 第4問 (配点 25)

3次関数  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x - a$  がある。ただし、 $a$  は実数の定数である。

(1) 導関数は

$$f'(x) = \boxed{\text{ア}}x^2 - \boxed{\text{イウ}}x + \boxed{\text{エオ}}$$

であり、 $f(x)$  は

$$x = \boxed{\text{カ}} \text{ で極大値, } x = \boxed{\text{キ}} \text{ で極小値}$$

をとる。

(2) 曲線  $y = f(x)$  の点  $(2, f(2))$  における接線  $l$  の方程式は

$$y = \boxed{\text{クケ}}x + \boxed{\text{コサ}} - a$$

である。また、曲線  $y = f(x)$  と  $l$  で囲まれた図形の面積を  $S$  とおくと、

$$S = \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。



(3)  $f(x)$ と2次関数  $g(x)$  が  $f(x) = \int_2^x \{g(t) - 2g'(t)\} dt$  を満たすとき, 定数  $a$  の値は

$$a = \boxed{\text{ソ}}$$

であり,  $g(x)$  は

$$g(x) = \boxed{\text{タ}} x^2 - \boxed{\text{チ}} x + \boxed{\text{ツ}}$$

である。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

## 〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の **ア** , **イウ** などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 **アイウ** に−83と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2  $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$  に  $-\frac{4}{5}$  と答えたいときは,  $\frac{-4}{5}$  として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば,  $\sqrt{\text{コサ}}$  ,  $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$  に  $4\sqrt{2}$  ,  $\frac{\sqrt{13}}{2}$  と答えるところを,  $2\sqrt{8}$  ,  $\frac{\sqrt{52}}{4}$  のように答えてはいけません。