

2022年度

⑤ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから9ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全問必答)

第1問 (配点 25)

(1) $f(x) = 4\sqrt{x^2 + 2x + 1} - \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ を整理すると,

$$-1 < x < 2 \text{ のとき } f(x) = \boxed{\text{ア}}x + \boxed{\text{イ}},$$

$$2 < x \text{ のとき } f(x) = \boxed{\text{ウ}}x + \boxed{\text{エ}}$$

である。

(2) 2つの不等式

$$4x^2 - 8x - 5 > 0 \cdots \cdots \textcircled{1}, \quad x^2 - (a-1)x + a - 2 < 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

について、①の解は

$$x < -\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}, \quad \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} < x$$

である。また、①と②を同時に満たす x が存在しない a の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \leq a \leq \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

(3) $AD \parallel BC$ である台形 $ABCD$ において、 $AB = 8$, $BC = 9$, $CD = 7$, $DA = 4$ が成り立つとすると,

$$\cos \angle ABC = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。また、対角線 BD の長さ $\sqrt{\text{タ}}$ と台形の面積 S の値は,

$$BD = \boxed{\text{ソ}} \sqrt{\boxed{\text{タ}}}, \quad S = \boxed{\text{チツ}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}}$$

である。

第2問 (配点 25)

- (1) 整式 $x^3 + ax^2 + ax + b$ を $x^2 + 2x - 1$ で割ったときの余りが $2x + 3$ であるとき、定数 a 、 b の値は

$$a = \boxed{\text{ア}}, \quad b = \boxed{\text{イ}}$$

である。

- (2) $a_1 = 3$, $a_{n+1} = 2a_n - 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定義された数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = \boxed{\text{ウ}}^n + \boxed{\text{エ}}$$

である。また、 $a_n \geq 10^{10}$ となる最小の n の値は $\boxed{\text{オカ}}$ である。

ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

- (3) 10個の数 $1, 2, \dots, 10$ から異なる2個の数を無作為に取り出し、小さな数を x 、大きい数を y とする。

(i) $2x = y$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。また、 $x \geq 5$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$

である。

- (ii) 積 xy が偶数であったとき、 x と y がともに偶数である条件付き確率は

$$\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \text{ である。}$$

(下書き用紙)

数学の試験問題は次に続く。

第3問 (配点 25)

関数 $f(x)$, $g(x)$ は, 3つの条件

$$\int_1^x \{f(t) - g(t)\} dt = x^3 - 6x^2 + x + a(2x - 1) \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$f'(x) + g'(x) = 14x - 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$f(1) = 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

を満たしている。ただし, a は実数の定数である。

(1) ①より,

$$a = \boxed{\text{ア}}$$

および

$$f(x) - g(x) = \boxed{\text{イ}}x^2 - \boxed{\text{ウエ}}x + \boxed{\text{オ}}$$

が成り立つ。

(2) (1)および②から

$$f'(x) = \boxed{\text{カキ}}x - \boxed{\text{ク}}$$

となり, ③から

$$f(x) = \boxed{\text{ケ}}x^2 - \boxed{\text{コ}}x + \boxed{\text{サ}}$$

を得る。

(3) 2つの曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ で囲まれた図形の面積を S とおくと,

$$S = \boxed{\text{シ}}$$

である。

(4) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(1, 3)$ における接線 l の方程式は

$$y = \boxed{\text{ス}}x + \boxed{\text{セ}}$$

である。また、曲線 $y = f(x)$ と接線 l および y 軸で囲まれた図形の面積を T とおくと,

$$T = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

第4問 (配点 25)

$0 < \theta < \pi$ とする。

(1) $\sin\theta = \sin 2\theta$ を満たす θ の値は、

$$\theta = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \pi$$

である。

(2) $\cos\theta = \cos 2\theta$ を満たす θ の値は、

$$\theta = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \pi$$

である。

(3) $\tan\theta = \tan 5\theta$ を満たす θ の値は、

$$\theta = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \pi, \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \pi \quad \left(\text{ただし, } \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \pi < \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \pi \right)$$

である。

(4) 方程式

$$\sin\theta + \sin 2\theta = 0$$

の解は

$$\theta = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \pi$$

である。また、方程式

$$\sin\theta + \sin 2\theta + \sin 3\theta + \sin 4\theta = 0$$

は $\boxed{\text{サ}}$ 個の解をもち、最小の解を α 、最大の解を β とおくと、

$$\alpha = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \pi, \quad \beta = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \pi$$

である。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
イ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ウ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ク	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ケ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, $\sqrt{\text{コサ}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。