

2021年度

③ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから7ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全 問 必 答)

第1問 (配点 25)

- (1) 2次関数 $f(x) = x^2 - 2(a-2)x + 2a^2 - 5a - 2$ (a は実数の定数) について, すべての実数 x に対して, $f(x) \geq 0$ となる a の値の範囲は

$$a \leq \boxed{\text{アイ}}, \boxed{\text{ウ}} \leq a$$

である。また, $-1 \leq x \leq 1$ を満たすすべての x に対して, $f(x) \leq 0$ となる a の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \leq a \leq \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

- (2) 三角形ABCにおいて $AB = 9$, $BC = 8$, $CA = 7$ とする。 $\cos \angle ABC$ の値と三角形ABCの面積は

$$\cos \angle ABC = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}, \quad \triangle ABC = \boxed{\text{コサ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}},$$

三角形ABCの内心をIとすると

$$\triangle BCI = \boxed{\text{ス}} \sqrt{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

(3) 1個のさいころを3回投げて、出た目を順に a , b , c とする。このとき、

$$a + b + c = 10, a \leq b \leq c \text{ となる確率は } \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$$

であり、

$$a + b + c = 10 \text{ となる確率は } \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

である。

第2問 (配点 25)

- (1) a, b を実数の定数とし, $b > 0$ とする。座標平面上の 3 直線

$$l: 3x - 2y = 0, \quad m: 2ax + (a + 1)y - 13 = 0, \quad n: x - by + 2 = 0$$

に対して, l と m が直交するとき,

$$a = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \quad \text{であり, 交点の座標は } (\boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エ}})$$

である。また, l と n のなす角が 45° であるとき, b の値は

$$b = \boxed{\text{オ}}$$

である。

- (2) 関数 $f(x) = 2\log_2(x - 2) - \log_2(8 - x)$ に対して, $f(x) = 0$ を満たす x の値は

$$x = \boxed{\text{カ}}$$

であり, $f(x) < 0$ を満たす x の値の範囲は

$$\boxed{\text{キ}} < x < \boxed{\text{ク}}$$

である。

- (3) 座標空間の 3 点 $A(1, 1, 0)$, $B(1, 3, 2)$, $C(2, 2, 4)$ に対して, ベクトル

\overline{AB} と \overline{AC} の内積の値, および, 三角形 ABC の面積は

$$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \boxed{\text{ケコ}}, \quad \triangle ABC = \sqrt{\boxed{\text{サシ}}}$$

である。

第3問 (配点 25)

等差数列 $\{a_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) について, $a_{10} = 4$, $a_{40} = 14$ が成り立つとする。

- (1) 数列 $\{a_n\}$ の初項を a , 公差を d とおくと,

$$a = \boxed{\text{ア}}, \quad d = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

であるから, 一般項は

$$a_n = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}n + \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

- (2) 100項 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}$ のうち, 整数の値をとるものは $\boxed{\text{クケ}}$ 項あり,
それらの総和は $\boxed{\text{コサシ}}$ である。

- (3) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とおくと,

$$S_n = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}n^2 + \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}n$$

である。また, 100個の和 $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{100}$ のうち, 整数の値をとるものは $\boxed{\text{チツ}}$ 個ある。

第4問 (配点 25)

xy 平面上に曲線 $C: y = (x-3)^2$ ($0 \leq x \leq 3$) があり, 4点

$$O(0, 0), A(t, 0), B(t, (t-3)^2), C(0, (t-3)^2) \quad (0 < t < 3)$$

を頂点とする長方形OABCについて, その周の長さを $L(t)$, 面積を $S(t)$ とする。

(1) $L(t)$ は

$$t = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \text{ のとき, 最小値 } \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

をとる。

(2) $S(t)$ は

$$t = \boxed{\text{カ}} \text{ のとき, 最大値 } \boxed{\text{キ}}$$

をとる。

(3) 領域

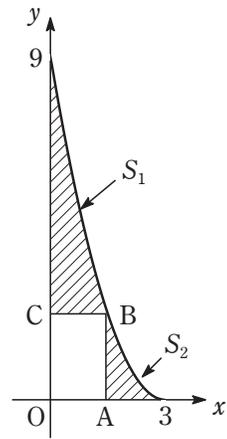
$$y \leq (x - 3)^2, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

の面積を S_0 とおくと,

$$S_0 = \boxed{\text{ク}}$$

である。

図のように、曲線 C と線分 BC と y 軸、曲線 C と線分 AB と x 軸で囲まれた領域 (斜線部) の面積をそれぞれ、 S_1 、 S_2 とおく。



$$S_1 = \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}} t^3 + \boxed{\text{シ}} t^2$$

であり、 $S_1 = 2S_2$ が成り立つとき、

$$t = \boxed{\text{ス}} - \sqrt{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
イ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ウ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ク	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ケ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, $\sqrt{\text{コサ}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。