

2020年度

④ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから6ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全 問 必 答)

第1問 (配点 25)

(1) a は実数の定数とする。2 次方程式

$$x^2 - 4ax - 2a + 12 = 0$$

が異なる 2 個の実数解をもつ a の値の範囲は

$$a < \boxed{\text{アイ}}, \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} < a$$

であり、それらがすべて正の解となる a の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} < a < \boxed{\text{キ}}$$

である。

(2) 実数 a, b が

$$(a + bi)(3 + 2i) = 6 + 17i \quad (i \text{ は虚数単位})$$

を満たすとき、

$$a = \boxed{\text{ク}}, \quad b = \boxed{\text{ケ}}$$

である。

(3) 三角形ABCにおいて、 $AB=7$ 、 $AC=4\sqrt{2}$ 、 $\angle BAC=45^\circ$ とする。辺BCの長さは

$$BC = \boxed{\text{コ}}$$

である。また、三角形ABCの面積を S 、外接円の半径を R とすると、

$$S = \boxed{\text{サシ}}, \quad R = \frac{\boxed{\text{ス}} \sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

第2問 (配点 25)

- (1) 不等式 $2\log_3(x-4) < \log_3(2x-5)$ の解は

$$\boxed{\text{ア}} < x < \boxed{\text{イ}}$$

である。

- (2) 放物線 $P: y = -x^2 + 6x$ 上の点 $(2, 8)$ における接線 l の方程式は

$$y = \boxed{\text{ウ}}x + \boxed{\text{エ}}$$

である。 l と平行で原点を通る直線を m とする。 P と m および x 軸で囲まれた図形の面積を S とすると,

$$S = \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

- (3) 2つのベクトル \vec{a}, \vec{b} が $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 2, |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{21}$ を満たすとき, 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値は

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{ク}}$$

である。また, $2\vec{a} - \vec{b}$ と $\vec{a} - k\vec{b}$ が垂直になるときの定数 k の値は

$$k = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

第3問 (配点 25)

座標平面内に2つの円

$$C_1 : x^2 + y^2 - 6x - 12y + 25 = 0,$$

$$C_2 : x^2 + y^2 = r^2 \quad (r > 0)$$

がある。

(1) C_1 の中心の座標は $(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}})$, 半径は $\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(2) C_1 と C_2 が共有点をもつ r の値の範囲は

$$\sqrt{\boxed{\text{オ}}} \leq r \leq \boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

また, C_1 と C_2 が外接するとき, 接点の座標は $(\boxed{\text{ク}}, \boxed{\text{ケ}})$ である。

(3) $r = \sqrt{35}$ とし, C_1 と C_2 の交点をA, Bとする。

(i) 直線ABの方程式は

$$x + \boxed{\text{コ}}y = \boxed{\text{サシ}}$$

である。

(ii) 2つの交点A, Bと点 $(-1, 5)$ を通る円の方程式は

$$x^2 + y^2 - \boxed{\text{ス}}x - \boxed{\text{セソ}}y + \boxed{\text{タチ}} = 0$$

である。

第4問 (配点 25)

数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = 6, a_{n+1} = 3a_n - 4 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定義されている。

(1) a_2, a_3 の値は

$$a_2 = \boxed{\text{アイ}}, a_3 = \boxed{\text{ウエ}}$$

である。

(2) 数列 $\{a_n - \boxed{\text{オ}}\}$ は公比 $\boxed{\text{カ}}$ の等比数列であるから、数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = \boxed{\text{キ}} \cdot \boxed{\text{ク}}^{n-1} + \boxed{\text{ケ}}$$

であり、初項から第 n 項までの和 S_n は

$$S_n = \boxed{\text{コ}} \cdot \boxed{\text{サ}}^n + \boxed{\text{シ}}n - \boxed{\text{ス}}$$

である。

(3) 数列 $\{na_n\}$ の初項から第 n 項までの和 T_n は

$$T_n = \left(\boxed{\text{セ}}n - \boxed{\text{ソ}} \right) \cdot \boxed{\text{タ}}^n + n(n+1) + \boxed{\text{チ}}$$

である。

〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, $\sqrt{\text{コサ}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。