

2020年度

## ③ 数 学

(100点 60分)

### 〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから6ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
  - ① 氏名欄  
氏名・フリガナを記入しなさい。
  - ② 受験番号欄  
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

### 〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

# 数 学

(全 問 必 答)

## 第1問 (配点 25)

- (1)  $3\sqrt{2}$ の整数部分を $a$ 、小数部分を $b$ とおくと、

$$a = \boxed{\text{ア}}, \quad 4a^2 + 2ab + b^2 = \boxed{\text{イウ}}$$

である。

- (2) 不等式  $|2x - 3| < x + 6$  の解は

$$\boxed{\text{エオ}} < x < \boxed{\text{カ}}$$

である。

- (3) 赤玉 6 個、白玉 4 個が入っている袋の中から同時に 3 個の玉を取り出すとき、

$$\text{赤玉 2 個、白玉 1 個を取り出す確率は } \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}},$$

$$\text{少なくとも 1 個の白玉を取り出す確率は } \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

(4)  $x = \frac{3+i}{\sqrt{2}}$ ,  $y = \frac{3-i}{\sqrt{2}}$  について,

$$xy = \boxed{\text{サ}}, \quad \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。ただし、 $i$  は虚数単位である。

## 第2問 (配点 25)

- (1) 座標平面上の円  $P: x^2 + y^2 - 4x - 2y + 3 = 0$  の中心を  $A$ , 半径を  $r$  とすると,

$$A \left( \boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}} \right), r = \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。また、直線  $y = x$  と円  $P$  の交点を  $B, C$  とおくと,

$$BC = \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

- (2) 関数  $f(x) = 1 + 4\cos x - 2\cos 2x (0 \leq x \leq \pi)$  に対して、 $f(x) = 0$  を満たす  $x$  の値は

$$x = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \pi$$

である。また、 $f(x)$  は

$$x = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \pi \text{ のとき最大値 } \boxed{\text{ケ}}$$

をとる。

- (3)  $\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 = 0.4771$  とする。 $6^{20}$  を 10 進法で表すと,

$$\text{桁数は } \boxed{\text{コサ}}, \text{ 最高位の数字は } \boxed{\text{シ}}$$

である。

### 第3問 (配点 25)

関数  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 6$  に対して、 $y = f(x)$  のグラフを  $C$  とし、 $C$  上の点  $(1, f(1))$  における接線を  $l$  とする。

(1) 関数  $f(x)$  の極値は

$$\text{極大値： } f(\boxed{\text{ア}}) = \boxed{\text{イウ}}$$

$$\text{極小値： } f(\boxed{\text{エ}}) = \boxed{\text{オカ}}$$

である。

(2) 接線  $l$  の方程式は

$$y = \boxed{\text{キ}}x + \boxed{\text{ク}}$$

である。また、 $l$  と平行で  $C$  と接する直線の方程式は

$$y = \boxed{\text{ケ}}x - \boxed{\text{コサ}}$$

である。

(3)  $0 \leq x \leq 1$  で、グラフ  $C$  と接線  $l$ 、および  $y$  軸で囲まれた部分の面積を  $S$  とおくと

$$S = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

## 第4問 (配点 25)

平面上に三角形 ABC と 2 点 P, Q があり,

$$\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{BC},$$

$$\overrightarrow{QA} + \overrightarrow{QB} + \overrightarrow{QC} = \overrightarrow{CA}$$

が成り立つとする。

(1) ベクトル  $\overrightarrow{AP}$ ,  $\overrightarrow{AQ}$  を  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  で表すと,

$$\overrightarrow{AP} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{AQ} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \overrightarrow{AC}$$

である。また、点 P を通り、AC に平行な直線と BC との交点を R とすると,

$$\overrightarrow{AR} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \overrightarrow{AC}$$

である。

(2)  $AB = 9$ ,  $BC = 6$ ,  $CA = 5$  とする。このとき、 $\overrightarrow{AB}$  と  $\overrightarrow{AC}$  の内積の値は

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \boxed{\text{サシ}}$$

であり、三角形 ABC の面積を  $S$ , 三角形 BPQ の面積を  $T$  とおくと,

$$S = \boxed{\text{スセ}} \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}, \quad T = \frac{\boxed{\text{タ}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。

## 〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 キク / ケ に  $-\frac{4}{5}$  と答えたいときは,  $\frac{-4}{5}$  として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, コ  $\sqrt{\text{サ}}$  ,  $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$  に  $4\sqrt{2}$  ,  $\frac{\sqrt{13}}{2}$  と答えるところを,  $2\sqrt{8}$  ,  $\frac{\sqrt{52}}{4}$  のように答えてはいけません。