

2019年度

⑥ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから6ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全問必答)

第1問 (配点 25)

(1) x についての2つの2次不等式

$$x^2 - 6x + 5 < 0 \cdots \cdots \textcircled{1}, \quad x^2 + (3-a)x - 3a > 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

について, ①の解は

$$\boxed{\text{ア}} < x < \boxed{\text{イ}}$$

である。また, ①, ②を同時に満たす実数 x が存在する定数 a の値の範囲は

$$a < \boxed{\text{ウ}}$$

であり, ①, ②を同時に満たす整数 x がただ1つである a の値の範囲は

$$\boxed{\text{エ}} \leq a < \boxed{\text{オ}}$$

である。

(2) $\triangle ABC$ において, $AB = 7$, $BC = 4\sqrt{2}$, $\angle ABC = 45^\circ$ のとき, 辺 CA の長さは

$$CA = \boxed{\text{カ}}$$

である。また, $\triangle ABC$ の面積を S , 内接円の半径を r とすると,

$$S = \boxed{\text{キク}}, \quad r = \boxed{\text{ケ}} - \sqrt{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

第2問 (配点 25)

(1) 座標平面上に3点 $A(-1, 2)$, $B(0, 5)$, $C(7, 6)$ がある。

(i) $\angle BAC = \boxed{\text{アイ}}^\circ$ であり, 三角形ABCの面積は $\boxed{\text{ウエ}}$ である。

(ii) 3点 A, B, C を通る円の方程式は

$$x^2 + y^2 - \boxed{\text{オ}}x - \boxed{\text{カ}}y - \boxed{\text{キ}} = 0$$

である。

(2) 2つの曲線 $y = x^3$, $y = x^2 + 4$ および y 軸で囲まれた部分の面積を S とおくと,

$$S = \frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

(3) $\vec{a} = (3, 1)$, $\vec{b} = (1, 3)$ に対して, ベクトル \vec{p} を

$$\vec{p} = k\vec{a} + (2-k)\vec{b}, \quad -1 \leq k \leq 2$$

とする。このとき, \vec{p} の大きさについて

$$\text{最大値は } \boxed{\text{サ}}, \quad \text{最小値は } \boxed{\text{シ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

第3問 (配点 25)

2つの関数

$$f(x) = \log_2(-x^2 + 6x + 7), \quad g(x) = \log_2(x + 1)$$

を考える。

(1) 真数条件より, $f(x)$ の定義域は

$$\boxed{\text{アイ}} < x < \boxed{\text{ウ}}$$

であり, $f(x)$ は

$$x = \boxed{\text{エ}} \text{において, 最大値} \boxed{\text{オ}}$$

をとる。

(2) 2つのグラフ $y = f(x)$, $y = g(x)$ の交点の座標は

$$\left(\boxed{\text{カ}}, \log_2 \boxed{\text{キ}} \right)$$

である。

(3) $F(x) = f(x) + g(x)$ とおくと,

$$F(x) = \log_2 \left(-x^3 + \boxed{\text{ク}} x^2 + \boxed{\text{ケコ}} x + \boxed{\text{サ}} \right)$$

であり, $F(x)$ は

$$x = \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

のとき最大値をとる。その最大値を M について,

$$n \leq M < n + 1 \quad (n \text{ は自然数})$$

とすると, n の値は

$$n = \boxed{\text{ソ}}$$

である。

第4問 (配点 25)

数列

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{3^2}, \frac{2}{3^2}, \frac{1}{3^3}, \frac{2}{3^3}, \frac{3}{3^3}, \frac{1}{3^4}, \frac{2}{3^4}, \frac{3}{3^4}, \dots$$

の項を、分母が $3=3^1, 3^2, 3^3, 3^4, \dots$ であるものを順に第1群, 第2群, 第3群, \dots と分ける。

$$\frac{1}{3} \mid \frac{1}{3^2}, \frac{2}{3^2} \mid \frac{1}{3^3}, \frac{2}{3^3}, \frac{3}{3^3} \mid \frac{1}{3^4}, \frac{2}{3^4}, \frac{3}{3^4}, \dots$$

- (1) 第5群の5個の項の和は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ である。
- (2) $\frac{7}{3^{10}}$ は第 $\boxed{\text{エオ}}$ 項である。
- (3) 第200項は第 $\boxed{\text{カキ}}$ 群の $\boxed{\text{クケ}}$ 番目の項である。
- (4) n を自然数とする。第1群から第 n 群までの各群の先頭の項の和を S_n とおくと、

$$S_n = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \left\{ \boxed{\text{シ}} - \left(\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \right)^n \right\}$$

である。また、第1群から第 n 群までの各群の末尾の項の和を T_n とおくと、

$$T_n = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} - \frac{\boxed{\text{チ}} n + \boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \left(\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \right)^n$$

である。

〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 キク / ケ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, コ $\sqrt{\text{サ}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。