

2019年度

⑤ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから9ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全 問 必 答)

第1問 (配点 24)

(1) $a + b + c = 5$, $a^2 + b^2 + c^2 = 11$, $a^4 + b^4 + c^4 = 83$ のとき,

$$ab + bc + ca = \boxed{\text{ア}}, \quad abc = \boxed{\text{イ}}$$

である。

(2) 円 $x^2 + y^2 - 6x - 12y + 40 = 0 \cdots \cdots (*)$ の中心 C の座標と半径 r の値は

$$C \left(\boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エ}} \right), \quad r = \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

である。また、円 $(*)$ の点 $(1, 7)$ における接線の方程式は

$$y = \boxed{\text{カ}}x + \boxed{\text{キ}}$$

である。

(3) $0 \leq \theta < 2\pi$ の範囲で、方程式 $\sin 2\theta = \cos \theta$ の解は $\boxed{\text{ク}}$ 個あり、

$$\text{最小の解は } \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \pi, \quad \text{最大の解は } \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \pi$$

である。

第2問 (配点 26)

白玉 6 個, 黒玉 3 個, 合計 9 個の玉がある。

(1) 9 個の玉を一行に並べるとき, 異なる並べ方は全部で $\boxed{\text{アイ}}$ 通りある。その 3 個の黒玉について,

全部が隣り合うのは $\boxed{\text{ウ}}$ 通り,

どの 2 個も隣り合わないのは $\boxed{\text{エオ}}$ 通り

ある。ただし, 同じ色の玉は区別がつかないものとする。

(2) 9 個の玉を袋に入れ, その中から 1 個の玉を取り出し, その色を確認して袋に戻す。この操作を 4 回行うとき,

少なくとも 1 回白玉を取り出す確率は $\frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$,

白玉と黒玉を 2 回ずつ取り出す確率は $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$

である。

(3) 9個の玉を袋に入れ、順に1個ずつの玉を取り出す。ただし、取り出した玉は袋に戻さない。このとき、

ちょうど7回目に3個目の黒玉を取り出す確率は $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$

である。また、7回目に3個目の黒玉を取り出したとき、

1回目に白玉を取り出している条件付き確率は $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$

である。

第3問 (配点 25)

3次式 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 6x + 8$ を考える。

(1) 関数 $f(x)$ の導関数は

$$f'(x) = \boxed{\text{ア}}x^2 - \boxed{\text{イウ}}x + \boxed{\text{エ}}$$

である。また、グラフ $y=f(x)$ 上の点 $(1, f(1))$ におけるグラフの接線の方程式は

$$y = \boxed{\text{オカ}}x + \boxed{\text{キク}}$$

であり、この直線とグラフ $y=f(x)$ で囲まれた部分の面積を S とおくと、

$$S = \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

(2) $f(x)$ を $f'(x)$ で割ったときの商を $q(x)$ 、余りを $r(x)$ とおくと、

$$q(x) = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}x - \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}, \quad r(x) = \boxed{\text{タチ}}x + \boxed{\text{ツテ}}$$

である。

(3) $0 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最大値を M 、最小値を m とおくと、

$$M = \boxed{\text{ト}} + \boxed{\text{ナ}}\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}, \quad m = \boxed{\text{ヌ}}$$

である。

第4問 (配点 25)

Oを原点とする座標空間内に4点

$$O(0, 0, 0), A(2, 1, 1), B(1, 2, -1), C(1, 3, 1)$$

があり, 点Pが四面体OABCの辺AB上を動くとする。

(1) O, A, Bについて,

$$|\overline{OA}| = \sqrt{\boxed{\text{ア}}}, \quad |\overline{OB}| = \sqrt{\boxed{\text{イ}}}, \quad \overline{OA} \cdot \overline{OB} = \boxed{\text{ウ}}$$

であり, 三角形OABの面積は

$$\triangle OAB = \frac{\boxed{\text{エ}} \sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

(2) 点Pが辺ABを $t:(1-t)$ に内分するとき,

$$\overline{OP} = (\boxed{\text{キ}} - t, \boxed{\text{ク}} + t, \boxed{\text{ケ}} - \boxed{\text{コ}} t)$$

$$|\overline{OP}|^2 = \boxed{\text{サ}} t^2 - \boxed{\text{シ}} t + \boxed{\text{ス}}$$

である。また, \overline{OC} と \overline{OP} の内積は

$$\overline{OC} \cdot \overline{OP} = \boxed{\text{セ}}$$

である。

(3) $\angle \text{COP}$ の大きさが最小になるとき,

$$t = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
イ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ウ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ク	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ケ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, $\sqrt{\frac{\text{コ}}{\text{サ}}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。