

2019年度

④ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから6ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
  - ① 氏名欄  
氏名・フリガナを記入しなさい。
  - ② 受験番号欄  
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

# 数 学

(全 問 必 答)

## 第 1 問 (配点 25)

- (1)  $x$  の 2 次方程式  $x^2 - ax - a + 3 = 0$  が異なる 2 つの実数解をもつ  $a$  の値の範囲は

$$a < \boxed{\text{アイ}}, \boxed{\text{ウ}} < a$$

であり, そのときの 2 解がともに正である  $a$  の値の範囲は

$$\boxed{\text{エ}} < a < \boxed{\text{オ}}$$

である。

- (2) 関数  $f(x) = 4 \sin x \cos x - 4 \sin^2 x + 3$  を式変形すると

$$\begin{aligned} f(x) &= \boxed{\text{カ}} \sin 2x + \boxed{\text{キ}} \cos 2x + \boxed{\text{ク}} \\ &= \boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}} \sin \left( 2x + \frac{\pi}{\boxed{\text{サ}}} \right) + \boxed{\text{ク}} \end{aligned}$$

である。したがって, 区間  $0 \leq x \leq \pi$  で  $f(x)$  が最大値をとる  $x$  の値は

$$x = \frac{\pi}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

(3) 3 個のさいころを同時に振ったとき,

出た目の最大値が 3 以下となる確率は  $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ ,

出た目の最大値が奇数となる確率は  $\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$

である。

## 第2問 (配点 25)

$xy$  平面上で、連立不等式

$$3x - y \leq 0, \quad 3x + y - 6 \geq 0, \quad x - y + 10 \geq 0$$

で表される領域を  $D$  とする。 $D$  は 3 点

$$A(\text{ア}, \text{イ}), \quad B(\text{ウ}, \text{エオ}), \quad C(\text{カキ}, \text{ク})$$

を頂点とする三角形で囲まれた領域である。

- (1) 三角形  $ABC$  の面積を  $S$  とおくと、

$$S = \text{ケコ}$$

である。

- (2) 3 点  $A, B, C$  を通る円の中心を  $P$ , 半径を  $R$  とおくと、

$$P(\text{サ}, \text{シ}), \quad R = \text{ス} \sqrt{\text{セ}}$$

である。

- (3) 三角形  $ABC$  の内接円の中心を  $Q$ , 半径を  $r$  とおくと、

$$Q(\text{ソ}, \text{タチ} - \text{ツ} \sqrt{\text{テ}}), \quad r = \sqrt{\text{トナ}} - \sqrt{\text{ニ}}$$

である。

### 第3問 (配点 25)

2つの2次関数

$$f(x) = x^2 - 6x + 3, \quad g(x) = x^2$$

がある。

- (1) 放物線  $y = f(x)$  上の点  $P(t, f(t))$  における接線の方程式は

$$y = \left( \boxed{\text{ア}} t - \boxed{\text{イ}} \right) x - t^2 + \boxed{\text{ウ}}$$

である。この接線が放物線  $y = g(x)$  と点  $Q$  で接するとき、 $P, Q$  の座標は

$$P \left( \boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オカ}} \right), \quad Q \left( \boxed{\text{キク}}, \boxed{\text{ケ}} \right)$$

である。このとき、この接線と放物線  $y = f(x)$ 、放物線  $y = g(x)$  で囲まれた部分の面積を  $S$  とおくと、

$$S = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

- (2) 関数  $F(x)$  を  $F(x) = \{f(x) + 2x^2\}g(x)$  と定義すると、 $F(x)$  は

$$x = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \quad \text{で極大値} \quad \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$$

をとる。

## 第4問 (配点 25)

数列  $\{a_n\}$  が

$$a_1 = 0, a_{n+1} = 2a_n + 3n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定められている。

(1)  $a_2 = \boxed{\text{ア}}$ ,  $a_3 = \boxed{\text{イウ}}$  である。

(2)  $b_n = a_{n+1} - a_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) とおくと,

$$b_{n+1} = \boxed{\text{エ}} b_n + \boxed{\text{オ}}$$

が成り立つ。したがって、数列  $\{b_n\}$  の一般項は

$$b_n = \boxed{\text{カ}} \cdot \boxed{\text{キ}}^{n-1} - \boxed{\text{ク}}$$

である。

(3) 数列  $\{a_n\}$  の一般項は

$$a_n = \boxed{\text{ケ}} \cdot \boxed{\text{コ}}^{n-1} - \boxed{\text{サ}} n - \boxed{\text{シ}}$$

である。さらに、数列  $\{a_n\}$  の初項から第  $n$  項までの和を  $S_n$  とおくと

$$S_n = \boxed{\text{ス}} \cdot \boxed{\text{セ}}^n - \frac{1}{2} n \left( \boxed{\text{ソ}} n + \boxed{\text{タチ}} \right) - \boxed{\text{ツ}}$$

である。

## 〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2  $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$  に  $-\frac{4}{5}$  と答えたいときは,  $\frac{-4}{5}$  として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば,  $\sqrt{\text{コサ}}$  ,  $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$  に  $4\sqrt{2}$  ,  $\frac{\sqrt{13}}{2}$  と答えるところを,  $2\sqrt{8}$  ,  $\frac{\sqrt{52}}{4}$  のように答えてはいけません。