2019年度

③　数　　学

（100点　60分）

〈注　意　事　項〉

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　問題は２ページから７ページまでです。全問解答しなさい。

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

4　**解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，監督者の指示に従って，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。**

①　**氏名欄**

氏名・フリガナを**記入**しなさい。

②　**受験番号欄**

受験番号(数字)を**記入**し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。

5　**正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。**

6　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

7　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。

数　　　学

（全　問　必　答）

第1問 （配点　25）

(1)　$a+b=6$，$\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}=7$ のとき，

$$ab=\boxed{\text{ア}},\quad \frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}=\boxed{\text{イウ}}$$

である。

(2)　$\triangle$ABCにおいて，BC $=\sqrt{21}$，CA $=4$，$\angle$BAC $=60^\circ$ のとき，外接円の半径 R は

$$R=\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

である。また，辺ABの長さと $\triangle$ABCの面積 S の値は，

$$\mathrm{AB}=\boxed{\text{オ}},\quad S=\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

(3)　関数 $y=\log_2(x+2)+\log_2(6-x)$ は

$$x=\boxed{\text{ク}}\ \text{のとき最大値}\ \boxed{\text{ケ}}$$

をとる。

第2問 （配点　25）

3次関数 $f(x)=x^3+ax^2+bx$ は $x=1$ で極大値4をとるものとする。ただし，a，b は実数の定数である。

(1) a，b の値は

$$a=\boxed{\text{アイ}},\quad b=\boxed{\text{ウ}}$$

である。また，$f(x)$ は

$$x=\boxed{\text{エ}}\ \text{で極小値}\ \boxed{\text{オ}}$$

をとる。

(2) 曲線 $y=f(x)$ 上の点 $(t,\ f(t))$ における接線の方程式は

$$y=\left(\boxed{\text{カ}}t^2-\boxed{\text{キク}}t+\boxed{\text{ケ}}\right)x-\boxed{\text{コ}}t^3+\boxed{\text{サ}}t^2$$

である。

(3) 座標平面上の原点をO，曲線 $y=f(x)$ 上の点 $(2,\ f(2))$ をAとし，曲線 $y=f(x)$ の点Oにおける接線と，点Aにおける接線の交点をBとする。点Bの座標は

$$\mathrm{B}\left(\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}},\ \boxed{\text{セ}}\right)$$

である。線分OAと曲線 $y=f(x)$ の $0 \leqq x \leqq 2$ の部分で囲まれた図形の面積を S_1，2つの線分OB，ABと曲線 $y=f(x)$ の $0 \leqq x \leqq 2$ の部分で囲まれた図形の面積を S_2 とすると，

$$S_1=\boxed{\text{ソ}},\quad S_2=\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

第3問 （配点　25）

平面上に OA $=4$，OB $=3$ を満たす三角形OABがある。辺OAの中点をC，辺OBを $2:1$ に内分する点をD，線分ADと線分BCの交点をEとする。ここで，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とおく。

(1)　ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ で 表すと

$$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\vec{a},\quad \overrightarrow{\mathrm{OD}}=\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\vec{b}$$

である。また，

$$\frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{AD}}=\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}},\quad \frac{\mathrm{BE}}{\mathrm{BC}}=\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

であり

$$\overrightarrow{\mathrm{OE}}=\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\vec{a}+\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\vec{b}$$

が成り立つ。

(2)　ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ とベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ が直交するとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積は

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{\text{ス}}$$

であり，三角形OABの面積は

$$\triangle\mathrm{OAB}=\sqrt{\boxed{\text{セソ}}}$$

である。

第4問　（配点　25）

1 つのさいころと箱がある。箱の中には10本のくじが入っており，そのうち当たりくじは 2 本である。さいころを振って，

1 の目，2 の目，3 の目が出たときは箱から 1 本，
4 の目，5 の目が出たときは箱から 2 本，
6 の目が出たときは箱から 3 本

のくじを引くものとする。

(1)　1 の目を出して当たりくじを引く確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$，6 の目を出して当たりくじを 2 本引く確率は $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

(2)　当たりくじを 2 本引く確率は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$，当たりくじをちょうど 1 本引く確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

(3)　少なくとも 1 本当たりくじを引く確率は $\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

(4)　当たりくじを引いたとき，6 の目を引いていた確率は $\dfrac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$ である。

〈解答上の注意〉

1　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号(－，±)，数字(0～9)が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1　$\boxed{\text{アイウ}}$ に－83と答えたいとき

ア	● ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
イ	⊖ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 ● 9
ウ	⊖ ± 0 1 2 ● 4 5 6 7 8 9

2　分数形で解答する場合は，既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例2　$\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として

キ	● ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ク	⊖ ± 0 1 2 3 ● 5 6 7 8 9
ケ	⊖ ± 0 1 2 3 4 ● 6 7 8 9

3　根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$，$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ に $4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。