

2018年度

⑥ 数 学

(100点 60分)

————— 〈注 意 事 項〉 —————

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから7ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

————— 〈解 答 上 の 注 意〉 —————

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全 問 必 答)

第1問 (配点 25)

(1) $f(x) = 4\sqrt{x^2 + 2x + 1} + 2\sqrt{x^2 - 2x + 1}$ について,

$$-1 \leq x < 1 \text{ のとき } f(x) = \boxed{\text{ア}}x + \boxed{\text{イ}}$$

$$1 \leq x \text{ のとき } f(x) = \boxed{\text{ウ}}x + \boxed{\text{エ}}$$

である。

(2) i を虚数単位とする。 $a = 3 - i$, $b = 1 + i$ について

$$ab = \boxed{\text{オ}} + \boxed{\text{カ}}i, \frac{a}{b} = \boxed{\text{キ}} - \boxed{\text{ク}}i$$

である。

(3) 三角形ABCにおいて $AB = 6$, $AC = 7$, $\cos \angle BAC = \frac{5}{7}$ とおくと,

$$BC = \boxed{\text{ケ}}$$

であり, 三角形ABCの面積を S , 内接円の半径を r とおくと,

$$S = \boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}, r = \frac{\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

第2問 (配点 25)

座標平面上で、連立不等式

$$\begin{cases} \log_4 y \geq \log_2 x - 1 \\ \log_2(y+2) \leq \log_2 3x - 1 \end{cases}$$

を満たす点 (x, y) の全体集合を D とする。

(1) 対数をはずし整理すると

$$\frac{\text{ア}}{\text{イ}} x^2 \leq y \leq \frac{\text{ウ}}{\text{エ}} x - \text{オ}$$

である。また、 x, y のとりうる値の範囲は、それぞれ

$$\text{カ} \leq x \leq \text{キ}, \quad \text{ク} \leq y \leq \text{ケ}$$

である。

(2) 点 (x, y) が D 内を動くとき、 $3x+4y$ の最大値は コサ 、最小値は シス である。

(3) 点 (x, y) が D 内を動くとき、 $4x-3y$ の最大値は $\frac{\text{セソ}}{\text{タ}}$ 、最小値は チ である。

第3問 (配点 25)

a, b, c を実数の定数とし、関数 $f(x)$ を

$$f(x) = x^3 - (a+1)x^2 + (a+b+2)x + a+c+2$$

とする。曲線 $C: y = f(x)$ は点 $A(3, 4)$ を通り、点 A における接線 l の方程式は $y = 4x - 8$ である。

(1) b, c を a で表すと、

$$b = \boxed{\text{ア}} a - \boxed{\text{イウ}}, \quad c = \boxed{\text{エオ}} - \boxed{\text{カキ}} a$$

である。さらに、関数 $f(x)$ が $x = 1$ で極大値をとるとき、 a の値は

$$a = \boxed{\text{ク}}$$

であり、 $f(x)$ は $x = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ で極小値をとる。

(2) $a = \boxed{\text{ク}}$ のとき、 C と l の交点の x 座標は $\boxed{\text{サシ}}$ と $\boxed{\text{ス}}$ であるから、 C と l で囲まれた部分の面積を S とおくと

$$S = \frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

第4問 (配点 25)

数直線上に動点Pがある。サイコロを振って、1の目または6の目が出た場合は正の方向に2、他の目が出た場合は正の方向に1移動する。はじめ点Pは原点Oにあり、何度かサイコロを振った後、線分OPの長さが自然数 n となる確率を p_n とする($n=1, 2, 3, \dots$)。

(1) 条件より,

$$p_1 = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad p_2 = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}, \quad p_3 = \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キク}}}$$

である。

(2) 数列 $\{p_n\}$ は, 漸化式

$$p_{n+2} = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} p_{n+1} + \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} p_n$$

を満たす。

(3) 数列 $\{p_{n+1} - p_n\}$ は等比数列であり,

$$p_{n+1} - p_n = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \left(\frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}} \right)^{n-1}$$

が成り立つ。したがって、数列 $\{p_n\}$ の一般項は

$$p_n = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} + \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \left(\frac{\boxed{\text{ニ又}}}{\boxed{\text{ネ}}} \right)^n$$

である。

〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の **ア** , **イウ** などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 **アイウ** に−83と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
イ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ウ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ク	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ケ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, $\sqrt{\frac{\text{コ}}{\text{サ}}}$, $\frac{\sqrt{\frac{\text{シス}}{\text{セ}}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。