2018年度

⑤　数　学

（100点　60分）

〈注　意　事　項〉

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　問題は２ページから６ページまでです。全問解答しなさい。

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

4　**解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，監督者の指示に従って，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。**

①　**氏名欄**

氏名・フリガナを**記入**しなさい。

②　**受験番号欄**

受験番号(数字)を**記入**し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。

5　**正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。**

6　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

7　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。

数　　　学

（全　問　必　答）

第1問　（配点　25）

(1)　x についての2次方程式 $x^2 - 2ax - a + 6 = 0$ が異なる2つの実数解をもつ定数 a の値の範囲は

$$a < \boxed{\text{アイ}}, \quad \boxed{\text{ウ}} < a$$

であり，2解がともに正である a の値の範囲は

$$\boxed{\text{エ}} < a < \boxed{\text{オ}}$$

である。

(2)　$\sin\theta\cos\theta = \dfrac{1}{8}$，$0^\circ < \theta < 90^\circ$ のとき，

$$\sin\theta + \cos\theta = \frac{\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}, \quad \frac{1 + \tan^2\theta}{\tan\theta} = \boxed{\text{ク}}$$

である。

(3)　等差数列 $\{a_n\}$ について，$a_{10}=11$，$a_{20}=-9$ であるとき，初項を a_1，公差を d とおくと，

$$a_1 = \boxed{\text{ケコ}},\quad d = \boxed{\text{サシ}}$$

である。また，初項から第 n 項までの和を最大にする n の値は

$$n = \boxed{\text{スセ}}$$

である。

第2問 （配点　25）

関数 $f(x) = x^3 - 3x + 18$ について，$y = f(x)$ のグラフを C_1 とおく。

⑴　$f(x)$ の極値は

$$\text{極大値}：f\left(\boxed{\text{アイ}}\right) = \boxed{\text{ウエ}}，\ \text{極小値}：f\left(\boxed{\text{オ}}\right) = \boxed{\text{カキ}}$$

である。

⑵　点 $(-3,\ 0)$ を通る C_1 の接線は2本あり，その方程式は

$$y = \boxed{\text{クケ}}\,(x+3)，\ y = \frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}\,(x+3)$$

である。

⑶　C_1 を x 軸の方向に2だけ平行移動して得られる曲線を $C_2 : y = g(x)$ とおくと，

$$g(x) = x^3 - \boxed{\text{ス}}\,x^2 + \boxed{\text{セ}}\,x + \boxed{\text{ソタ}}$$

である。C_1 と C_2 の交点の x 座標は

$$x = \frac{\boxed{\text{チ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

であり，C_1 と C_2 で囲まれた部分の面積を S とおくと，

$$S = \frac{\boxed{\text{トナ}}\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$$

である。

第3問 （配点　25）

袋A，B，Cがあり，袋Aには赤玉2個と白玉1個，袋Bには赤玉3個と白玉1個，袋Cには赤玉4個と白玉1個が入っている。

(1) それぞれの袋から1個ずつ，合わせて3個の玉を取り出す。このとき，3個とも白玉である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ であり，少なくとも1個の白玉を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。また，ちょうど2個の白玉を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ である。

(2) 袋Aから1個の玉を取り出し袋Bに入れる。次に，袋Bから1個の玉を取り出し袋Aに入れる。このとき，袋Aに赤玉2個と白玉1個が入っている確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(3) 袋Aから1個の玉を取り出し袋Bに入れる。次に，袋Bから1個の玉を取り出し袋Cに入れる。さらに，袋Cから1個の玉を取り出し袋Aに入れる。このとき，袋Aに赤玉3個が入っている確率は $\dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ であり，袋Aに赤玉2個と白玉1個が入っている確率は $\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である。

第4問 （配点　25）

Oを原点とする座標空間に，3点

$$\mathrm{A}(6,\ 0,\ 0),\ \mathrm{B}(0,\ 3,\ 0),\ \mathrm{C}(0,\ 0,\ 2)$$

がある。

(1)　ベクトル$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$について，

$$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}| = \boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}},\quad |\overrightarrow{\mathrm{AC}}| = \boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エオ}}}$$

であり，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$と$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$の内積$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$の値と，三角形ABCの面積は

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}} = \boxed{\text{カキ}},\quad \triangle\mathrm{ABC} = \boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}$$

である。

(2)　点Oから平面ABCにおろした垂線の足をH$(p,\ q,\ r)$とおく。ベクトル$\overrightarrow{\mathrm{OH}}$は$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$と垂直であるから，

$$q = \boxed{\text{サ}}\,p,\quad r = \boxed{\text{シ}}\,p$$

が成り立つ。さらに，点Hは平面ABC上にあるから，

$$\overrightarrow{\mathrm{OH}} = \left(\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}},\ \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}},\ \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}\right),\quad |\overrightarrow{\mathrm{OH}}| = \frac{\boxed{\text{テ}}\sqrt{\boxed{\text{トナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

となることがわかる。

〈解答上の注意〉

1　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号(−，±)，数字(０～９)が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例１　$\boxed{\text{アイウ}}$ に−83と答えたいとき

ア	⊖ ± ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ± ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ± ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

2　分数形で解答する場合は，既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例２　$\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ± ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ± ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ± ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

3　根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$，$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ に $4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。