

2018年度

④ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから9ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全 問 必 答)

第1問 (配点 25)

(1) $3\sqrt{2}$ の整数部分を a 、小数部分を b とおくと、

$$a = \boxed{\text{ア}}, \quad \frac{a}{2} + \frac{2}{b} = \boxed{\text{イ}} + \boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

(2) 不等式 $x^2 - 6x < 2x - 7$ ……① の解は

$$\boxed{\text{オ}} < x < \boxed{\text{カ}}$$

である。また、不等式 $|2x - a| < x + b$ の解が①の解に一致するとき、定数 a 、 b の値は

$$a = \boxed{\text{キ}}, \quad b = \boxed{\text{ク}}$$

である。

(3) 4人でじゃんけんを1回行うとき、

$$\text{1人だけが勝つ確率は } \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}, \quad \text{あいこになる確率は } \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$$

である。

第2問 (配点 25)

原点をOとする座標平面上に3直線

$$l : x + y = 0, \quad m : 2x - y = 0, \quad n : x + 3y = 14$$

がある。

(1) l と n の交点をA, m と n の交点をBとおくと, A, Bの座標は

$$A \left(\boxed{\text{アイ}}, \boxed{\text{ウ}} \right), \quad B \left(\boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オ}} \right)$$

である。また, $\triangle OAB$ の面積は

$$\triangle OAB = \boxed{\text{カキ}}$$

である。

(2) 3点O, A, Bを通る円の中心をC, 半径を R とおくと,

$$C \left(\boxed{\text{クケ}}, \boxed{\text{コ}} \right), \quad R = \boxed{\text{サ}}$$

である。

(3) 点Bから線分OAにおろした垂線の足をHとおくと

$$BH = \boxed{\text{シ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$$

である。また, l と平行な直線 l' が $\triangle OAB$ の面積を2等分するとき, l' の方程式は

$$x + y = \boxed{\text{セ}} - \boxed{\text{ソ}} \sqrt{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

第3問 (配点 25)

$0 \leq \theta \leq \pi$ で定義された関数 $f(\theta)$ を

$$f(\theta) = 4\sin 2\theta \sin \theta - 15\cos 2\theta + 28\cos \theta$$

と定める。

(1) $f(\theta)$ について

$$f(0) = \boxed{\text{アイ}}, f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \boxed{\text{ウエ}}, f(\pi) = -\boxed{\text{オカ}}$$

である。

(2) $\cos \theta = t$ とし $f(\theta) = g(t)$ とおくと、

$$g(t) = \boxed{\text{キク}} t^3 - \boxed{\text{ケコ}} t^2 + \boxed{\text{サシ}} t + \boxed{\text{スセ}}$$

である。 t の定義域は $\boxed{\text{ソタ}} \leq t \leq \boxed{\text{チ}}$ であるから、 $g'(t) = 0$ を満たす t の値は

$$t = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

である。

(3) $f(\theta)$ は

$$\theta = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \pi \quad \text{のとき最大値} \quad \frac{\boxed{\text{ニ又}}}{\boxed{\text{ネ}}}$$

をとる。

第4問 (配点 25)

数列 $\{a_n\}$ が次の条件を満たすものとする。

$$a_1 = 4, a_2 = 18, a_{n+2} = 4a_{n+1} - 4a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) $b_n = a_{n+1} - 2a_n$ とおくと,

$$b_{n+1} = \boxed{\text{ア}} b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つ。したがって、数列 $\{b_n\}$ は等比数列であり、

$$\sum_{k=1}^n b_k = \boxed{\text{イ}} \cdot \boxed{\text{ウ}}^{n+1} - \boxed{\text{エオ}}$$

である。

(2) $c_n = \frac{a_n}{2^n}$ とおくと,

$$c_{n+1} - c_n = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

が成り立つ。したがって、数列 $\{c_n\}$ は等差数列であり、

$$\sum_{k=1}^n c_k = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} n^2 + \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} n$$

である。

(3) 数列 $\{a_n\}$ について、一般項は

$$a_n = \left(\boxed{\text{シ}} n - \boxed{\text{ス}} \right) \cdot \boxed{\text{セ}}^{n-1}$$

であり、

$$\sum_{k=1}^n a_k = \left(\boxed{\text{ソ}} n - \boxed{\text{タ}} \right) \cdot \boxed{\text{チ}}^n + \boxed{\text{ツ}}$$

である。

〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 キク / ケ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, コ $\sqrt{\text{サ}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。