

2018年度

③ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから9ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全 問 必 答)

第1問 (配点 25)

(1) $x+y=3\sqrt{2}$, $xy=3$ のとき,

$$x^2+y^2 = \boxed{\text{アイ}}, \quad \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

(2) 三角形OABにおいて、 $OA=4$, $OB=6$, $\cos \angle AOB = \frac{1}{4}$ とする。外接円の半径を R とおくと,

$$AB = \boxed{\text{オ}} \sqrt{\boxed{\text{カキ}}}, \quad R = \frac{\boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

(3) 1個のさいころを3回投げるとき,

$$\text{同じ目が2回以上出ない確率は } \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}},$$

$$\text{出る目の最小値が2, 最大値が5である確率は } \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$$

である。

第2問 (配点 25)

$x \geq 0$ で定義された関数

$$f(x) = 4^x + 4^{-x} - 5(2^{1+x} + 2^{1-x}) + 26$$

を考える。

(1) $f(0)$, $f(\log_2 3)$ の値は

$$f(0) = \boxed{\text{ア}}, \quad f(\log_2 3) = \frac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

(2) $X = 2^x + 2^{-x}$ とおくと, X がとりうる値の範囲は

$$X \geq \boxed{\text{オ}}$$

であり, $f(x)$ を X の式で表すと

$$f(x) = X^2 - \boxed{\text{カキ}}X + \boxed{\text{クケ}}$$

である。

(3) $f(x)$ は

$$X = \boxed{\text{コ}} \text{ のとき, 最小値 } \boxed{\text{サシ}}$$

をとる。

(4) 方程式 $f(x) = 0$ の解は

$$x = \log_2\left(\boxed{\text{ス}} + \sqrt{\boxed{\text{セ}}}\right), \log_2\left(\boxed{\text{ソ}} + \boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}\right)$$

である。

第3問 (配点 25)

関数 $f(x) = x(x - 3)^2$ のグラフ $y = f(x)$ を C とおく。

(1) $f(x)$ の極値は

$$\text{極大値} : f(\boxed{\text{ア}}) = \boxed{\text{イ}}, \quad \text{極小値} : f(\boxed{\text{ウ}}) = \boxed{\text{エ}}$$

である。

(2) C の原点における接線の方程式は

$$y = \boxed{\text{オ}}x \cdots \cdots \text{①}$$

であり、①と平行な C の接線の方程式は

$$y = \boxed{\text{カ}}x - \boxed{\text{キク}}$$

である。

(3) a を正の定数とする。放物線 $P: y = 2x^2 - ax$ と C がちょうど 2 個の共有点をもつとき、 a の値は

$$a = \boxed{\text{ケ}}$$

であり、そのときの共有点の座標は

$$(0, 0), \left(\boxed{\text{コ}}, \boxed{\text{サ}} \right)$$

である。さらに、 C と P で囲まれた範囲の面積を S とおくと、

$$S = \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

第4問 (配点 25)

平面上に5点O, A, B, P, Qがあり,

$$\overrightarrow{OA} = \frac{2}{5}\overrightarrow{OP} + \frac{4}{5}\overrightarrow{OQ}, \quad \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OP} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OQ}$$

が成り立つとする。

(1) 直線OAとPQの交点をRとおくと,

$$\frac{QR}{PR} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad \frac{AR}{OR} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

(2) \overrightarrow{OP} , \overrightarrow{OQ} を \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} で表すと,

$$\overrightarrow{OP} = -\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\overrightarrow{OB}, \quad \overrightarrow{OQ} = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\overrightarrow{OA} - \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\overrightarrow{OB}$$

である。

(3) $|\vec{OA}| = 4$, $|\vec{OB}| = 5$, $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$ とすると,

$$|\vec{OP}| = \boxed{\text{ス}} \sqrt{\boxed{\text{セソ}}}, \quad |\vec{OQ}| = \boxed{\text{タ}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}},$$

$$\vec{OP} \cdot \vec{OQ} = -\boxed{\text{ツテ}}$$

であり, \vec{OP} , \vec{OQ} のなす角を θ とおくと,

$$\theta = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \pi$$

である。

〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 キク / ケ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, コ $\sqrt{\text{サ}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。