

2017年度

④ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから9ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全 問 必 答)

第1問 (配点 25)

(1) a を実数の定数とする。2次方程式

$$x^2 - 2ax + 5a - 4 = 0 \quad \cdots \cdots (*)$$

について、 $(*)$ が異なる 2 つの実数解をもつ a の値の範囲は

$$a < \boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}} < a$$

であり、 $(*)$ が 3 より大きい 2 つの実数解をもつ a の値の範囲は

$$\boxed{\text{ウ}} < a < \boxed{\text{エ}}$$

である。

(2) $\triangle ABC$ において、 $AB = 5$, $AC = 6$, $\cos \angle BAC = \frac{3}{4}$ とすると、

$$BC = \boxed{\text{オ}}$$

であり、 $\triangle ABC$ の面積を S 、内接円の半径を r とおくと

$$S = \frac{\boxed{\text{カキ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}, \quad r = \frac{\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

(3) S, C, I, E, N, C, Eの7個の文字を一列に並べる。

(i) 2つのCと2つのEがそれぞれ隣り合うものは, S, I, N, CC, EEの順列で

シスセ 通りある。また, 2つのCが隣り合うものは, S, I, N, CC, E, E
の順列で **ソタチ** 通りある。

(ii) 2つのCと2つのEがそれぞれ隣り合わないものは **ツテト** 通りある。

第2問 (配点 25)

座標平面上に、円 $C: x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$ と直線 $l: y = mx$ (m は実数の定数) がある。

- (1) 円 C の中心の座標を P , 半径を r とおくと

$$P \left(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}} \right), \quad r = \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

- (2) C と l が共有点をもつ m の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}} \leq m \leq \boxed{\text{キ}}$$

である。

- (3) 原点 O から C に引いた 2 本の接線の接点の座標は、

$$\left(\boxed{\text{ク}}, \boxed{\text{ケコ}} \right), \quad \left(\boxed{\text{サ}}, \boxed{\text{シ}} \right)$$

である。

(4) (3)で得られた接点をA, Bとおくと, 三角形OABの面積は

$$\triangle OAB = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。また, 線分OA, OBおよび円Cの弧AB(短い方の弧)で囲まれた図形の面積をSとおくと

$$S = \boxed{\text{ソ}} - \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \pi$$

である。

第3問 (配点 25)

関数 $f(x) = x^2 + 2x - 4|x|$ に対して、 $y = f(x)$ のグラフを C とする。

(1) C と x 軸との交点の x 座標は、小さい順に , , である。

(2) C と直線 $y = k$ (k は定数) が共有点をもつ k の値の範囲は

$$k \geq \text{オカ}$$

であり、その共有点が 4 個である k の値の範囲は

$$\text{キク} < k < \text{ケ}$$

である。

(3) C 上の点 $(t, f(t))$ (t は正の定数) における接線 l の方程式は

$$y = \left(\text{コ} t - \text{サ} \right) x - t^2$$

である。直線 l がグラフ C の $x < 0$ の部分で接する t の値は

$$t = \text{シ}$$

であり、 l の方程式は

$$y = \text{ス} x - \text{セ} \dots\dots (*)$$

である。

(4) C と (*) で囲まれた図形の面積は $\frac{\text{ソタ}}{\text{チ}}$ である。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次に続く。

第4問 (配点 25)

数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和 $\{S_n\}$ が

$$S_1 = 1, S_{n+1} - 2S_n = 3^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定義されている。

(1) 条件より

$$a_1 = \boxed{\text{ア}}, a_2 = \boxed{\text{イ}}, a_3 = \boxed{\text{ウエ}}$$

である。

(2) a_{n+1} を a_n および n を用いて表すと

$$a_{n+1} = \boxed{\text{オ}} a_n + \boxed{\text{カ}} \cdot \boxed{\text{キ}}^{n-1}$$

である。

(3) $b_n = \frac{a_n}{3^n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおくと,

$$b_{n+1} = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} b_n + \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

となるから, 数列 $\left\{ b_n - \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \right\}$ は, 公比 $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ の等比数列である。

(4) 数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = \boxed{\text{タ}} \cdot \boxed{\text{チ}}^{n-1} - \boxed{\text{ツ}}^{n-1}$$

であり,

$$\sum_{k=1}^n a_k = \boxed{\text{テ}}^n - \boxed{\text{ト}}^n$$

である。

〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
イ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ウ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ク	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ケ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, $\sqrt{\text{コサ}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。