

2017年度

⑥ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから9ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全 問 必 答)

第1問 (配点 25)

(1) $x = \sqrt{5} - 2$ について,

$$x^2 + 4x = \boxed{\text{ア}}, \quad x^3 + 5x^2 + 6x + 5 = \boxed{\text{イ}} \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

(2) 連立不等式 $\begin{cases} |x - 3| \leq 2 \\ 3x + 2 \geq -x + 14 \end{cases}$ の解は

$$\boxed{\text{エ}} \leq x \leq \boxed{\text{オ}}$$

である。

(3) 2個のさいころを同時に投げるとき,

$$\text{同じ目が出る確率は } \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}},$$

$$\text{偶数の目と奇数の目が1つずつ出る確率は } \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。

(4) $\triangle OAB$ において、 $OA = 2$ 、 $OB = 3$ 、 $\angle AOB = 60^\circ$ とすると

$$AB = \sqrt{\boxed{\text{コ}}}$$

である。 $\angle AOB$ の2等分線と辺 AB の交点を P とおくと

$$AP = \frac{\boxed{\text{サ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}, \quad OP = \frac{\boxed{\text{セ}} \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

第2問 (配点 25)

座標平面上に3点 $A(-5, 0)$, $B(4, 3)$, $C(-1, 8)$ がある。

(1) 三角形ABCの面積は

$$\triangle ABC = \boxed{\text{アイ}}$$

である。

(2) 直線AB, ACの方程式は、それぞれ

$$x - \boxed{\text{ウ}}y + \boxed{\text{エ}} = 0, \quad \boxed{\text{オ}}x - y + \boxed{\text{カキ}} = 0$$

であり、この2直線のなす角は $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\pi$ である。

(3) 3点A, B, Cを通る円の方程式は

$$x^2 + y^2 + \boxed{\text{コ}}x - \boxed{\text{サ}}y - \boxed{\text{シス}} = 0$$

であり、この円の中心の座標は $(\boxed{\text{セソ}}, \boxed{\text{タ}})$, 半径は $\boxed{\text{チ}}$ である。

(4) k を実数の定数とする。三角形ABCが領域 $y > x^2 + k$ に含まれる k の値の範囲は

$$k < - \boxed{\text{ツテ}}$$

であり、三角形ABCと領域 $y > x^2 + k$ の共通部分がない k の値の範囲は

$$k > \frac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{二}}$$

である。

第3問 (配点 25)

関数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + \frac{5}{3}$ について、曲線 $y = f(x)$ を C とおく。

(1) $f(x)$ の極値は

$$\text{極大値：} f(\boxed{\text{ア}}) = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}, \quad \text{極小値：} f(\boxed{\text{エ}}) = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

(2) 曲線 C の点 $(t, f(t))$ における接線の方程式は

$$y = \left(t^2 - \boxed{\text{キ}} t \right) x - \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} t^3 + t^2 + \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。また、点 $(3, -1)$ を通る接線は $\boxed{\text{シ}}$ 本あるが、このうち傾きが正であるものの方程式は

$$y = \boxed{\text{ス}} x - \boxed{\text{セソ}}$$

である。

- (3) 曲線 C の点 $(0, f(0))$ を通り x 軸と平行な直線と C で囲まれる領域の面積を S とおくと

$$S = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

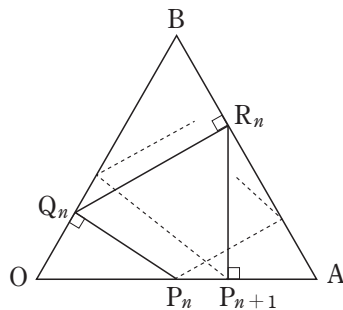
である。さらに、放物線 $y = ax^2 + f(0)$ (a は正の定数) と C で囲まれる領域の面積が S の4倍となる a の値は

$$a = \sqrt{\boxed{\text{ツ}}} - \boxed{\text{テ}}$$

である。

第4問 (配点 25)

n を自然数とする。1辺の長さ1の正三角形OABにおいて、辺OA上の点 P_n から辺OBに下ろした垂線の足を Q_n 、点 Q_n から辺ABに下ろした垂線の足を R_n 、点 R_n から辺OAに下ろした垂線の足を P_{n+1} とする。



(1) 辺OAの中点を P_1 とおくと

$$\overrightarrow{OP_1} = \frac{1}{2} \overrightarrow{OA}$$

であるから、

$$\overrightarrow{OQ_1} = \frac{1}{\boxed{\text{ア}}} \overrightarrow{OB}, \quad \overrightarrow{OR_1} = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \overrightarrow{OB}$$

である。また、

$$|\overrightarrow{OR_1}| = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}, \quad \overrightarrow{OP_2} = \frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサ}}} \overrightarrow{OA}$$

である。

(2) $\vec{OP}_n = x_n \vec{OA}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおくと

$$\vec{OQ}_n = \frac{x_n}{\boxed{\text{シ}}} \vec{OB}, \quad \vec{OR}_n = \frac{\boxed{\text{ス}} - x_n \vec{OA}}{\boxed{\text{セ}}} + \frac{\boxed{\text{ソ}} + x_n \vec{OB}}{\boxed{\text{タ}}}$$

であり,

$$\vec{OP}_{n+1} = \frac{\boxed{\text{チ}} - x_n \vec{OA}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。したがって、 $x_1 = \frac{1}{2}$ のとき、数列 $\{x_n\}$ の一般項 x_n は

$$x_n = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} - \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}} \left(-\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}} \right)^{n-1}$$

である。

〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 キク / ケ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, コ $\sqrt{\text{サ}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。