

2017年度

③ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから8ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全 問 必 答)

第1問 (配点 25)

(1) $x = \sqrt{3} + 1$, $y = \sqrt{3} - 1$ に対して,

$$x^2 + y^2 = \boxed{\text{ア}}, \quad x^3 - x^2y + xy^2 - y^3 = \boxed{\text{イウ}}$$

である。

(2) $\triangle OAB$ において, $OA=4$, $OB=5$, $AB=\sqrt{21}$ とすると,

$$\cos \angle AOB = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

であり, $\triangle OAB$ の面積を S , 外接円の半径を R とおくと,

$$S = \boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}, \quad R = \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

- (3) 袋 A には赤玉 2 個と白玉 4 個，袋 B には赤玉 3 個と白玉 6 個が入っている。袋 A から 1 個，袋 B から 2 個，合わせて 3 個の玉を取り出す。このとき，

$$3 \text{ 個とも赤玉である確率は } \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$$

であり，

$$\text{赤玉が 1 個，白玉が 2 個である確率は } \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$$

である。

第2問 (配点 25)

実数 p, q ($p > 1, q > 1$) に対して, a, b, c を

$$a = \log_2 p, \quad b = \log_p q, \quad c = \log_q 256$$

と定める。

(1) $abc = \boxed{\text{ア}}$ である。

(2) $a = b = c$ のとき,

$$p = \boxed{\text{イ}}, \quad q = \boxed{\text{ウエ}}$$

である。

(3) $p^2 = q$ のとき, $b = \boxed{\text{オ}}$ であり, c を p で表すと,

$$c = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\log_2 p}$$

である。したがって, $a + b + c = 7$, $a < c$ が成り立つとき, a, c の値は

$$a = \boxed{\text{キ}}, \quad c = \boxed{\text{ク}}$$

である。

(4) $p^2 = q$ のとき, $a + 4b + 8c$ は

$$a = \boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}, \quad c = \frac{\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

のとき最小値

$$\boxed{\text{ス}} \sqrt{\boxed{\text{セ}}} + \boxed{\text{ソ}}$$

をとる。

第3問 (配点 25)

座標平面上に放物線 $C: y = -x^2 + 6$ と点 $A(6, 0)$ がある。 t を実数とし、 C 上の点 $P(t, -t^2 + 6)$ に対して、線分 AP を $2:1$ に内分する点を Q とおく。

(1) $t = 0$ のとき、

$$Q \left(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}} \right)$$

である。

(2) 点 Q の座標を (x, y) とおくと

$$x = \frac{\boxed{\text{ウ}}t + \boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}, \quad y = \frac{\boxed{\text{カキ}}t^2 + \boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

であり、 t を消去すると

$$y = \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}x^2 + \boxed{\text{セ}}x - \boxed{\text{ソ}} \dots\dots (*)$$

である。

(3) (*) で表される放物線を C' とおく。 C と C' の交点の x 座標は

$$x = \boxed{\text{タ}} \pm \boxed{\text{チ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$$

であり、 C と C' で囲まれた図形の面積を S とおくと

$$S = \frac{\boxed{\text{テト}} \sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

である。

第4問 (配点 25)

平面上の三角形OABにおいて、辺ABを3:2に内分する点をC、辺OBの中点をD、線分OCと線分ADとの交点をEとする。また、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおく。

(1) \overrightarrow{OC} 、 \overrightarrow{OD} を \vec{a} 、 \vec{b} で表すと、

$$\overrightarrow{OC} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \vec{b}, \quad \overrightarrow{OD} = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \vec{b}$$

であり、点Eについて

$$\overrightarrow{OE} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \vec{b}, \quad \text{OE} : \text{EC} = \boxed{\text{サ}} : \boxed{\text{シ}}$$

が成り立つ。

(2) $|\vec{a}| = 5$ 、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 10$ とする。 $\overrightarrow{OC} \perp \overrightarrow{AB}$ であるとき、

$$\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{AB} = \boxed{\text{ス}}$$

であるから、

$$|\vec{b}| = \boxed{\text{セ}} \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$$

であり、三角形OABの面積は

$$\triangle OAB = \boxed{\text{タチ}}$$

である。

〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 キク / ケ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, コ $\sqrt{\text{サ}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。