

2016年度

⑤ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから5ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全 問 必 答)

第1問 (配点 25)

- (1) 正の実数 x が $x^4 + \frac{1}{x^4} = 47$ を満たすとき

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \boxed{\text{ア}}, \quad x + \frac{1}{x} = \boxed{\text{イ}}, \quad \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

- (2) $\tan 2\theta = -\frac{4}{3}$, $\tan \theta > 0$ のとき

$$\tan \theta = \boxed{\text{エ}}, \quad \tan 3\theta = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$$

である。

- (3) 数列

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{4}, \frac{1}{4}, \frac{4}{5}, \frac{3}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{5}{6}, \dots$$

において、 $\frac{30}{31}$ は第 $\boxed{\text{クケコ}}$ 項であり、第 200 項は $\frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ である。

第2問 (配点 25)

3次関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ を考える。ただし、 a, b は実数の定数である。

- (1) $f(x)$ を $x - 1$ で割った余りが7, $x - 2$ で割った余りが11 とすると

$$a = \boxed{\text{アイ}}, b = \boxed{\text{ウ}}$$

である。

- (2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x - 1} = 3$ が成り立つとき,

$$a = \boxed{\text{エ}}, b = \boxed{\text{オカ}}$$

である。

- (3) $f(x)$ が $x = 1$ で極大値5をとるとき、定数 a, b の値は

$$a = \boxed{\text{キク}}, b = \boxed{\text{ケ}}$$

であり、 $f(x)$ の極小値は

$$f(\boxed{\text{コ}}) = \boxed{\text{サ}}$$

である。また、 $y = f(x)$ のグラフと直線 $y = 5$ で囲まれる部分の面積を S とおくと

$$S = \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

第3問 (配点 25)

当たりくじが3本、はずれくじが6本、合計9本のくじがある。A、B、Cの3人がこの順に2本ずつ引くとする。ただし、引いたくじはもとに戻さないとする。

(1) Aが2本とも当たりくじを引く確率は $\frac{\text{ア}}{\text{イウ}}$ であり、Aが当たりくじとはずれくじを1本ずつ引く確率は $\frac{\text{エ}}{\text{オ}}$ である。

(2) 3人の中の誰かが当たりくじを引く確率は $\frac{\text{カキ}}{\text{クケ}}$ 、3人がそれぞれ1本ずつ当たりくじを引く確率は $\frac{\text{コ}}{\text{サシ}}$ である。

(3) Aだけが当たりくじを引く確率は $\frac{\text{ス}}{\text{セソ}}$ 、3人の中の1人だけが当たりくじを引く確率は $\frac{\text{タ}}{\text{チツ}}$ である。

第4問 (配点 25)

三角形 OAB において $OA = 5$, $OB = 8$, $AB = 7$ とする。

(1) $\cos \angle AOB$ の値は

$$\cos \angle AOB = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

であり、三角形 OAB の面積を S , 外接円の半径を R , 内接円の半径を r とおくと、

$$S = \boxed{\text{ウエ}} \sqrt{\boxed{\text{オ}}}, \quad R = \frac{\boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}, \quad r = \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。

(2) $\angle AOB$ の 2 等分線と辺 AB の交点を C, $\angle OAB$ の 2 等分線と直線 OC の交点を I おくと

$$\vec{OC} = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}} \vec{OA} + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}} \vec{OB}, \quad \vec{OI} = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \vec{OA} + \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \vec{OB}$$

である。ここで、 \vec{OA} と \vec{OB} の内積の値は

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \boxed{\text{トナ}}$$

であるから、線分 OI の長さは

$$OI = \boxed{\text{ニ}} \sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}$$

である。

————— 〈解答上の注意〉 —————

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
イ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ウ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ク	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ケ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, $\sqrt{\frac{\text{コ}}{\text{サ}}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。