

物理基礎・物理

(全問必答)

第1問 次の文章を読み、各問い(問1～5)に答えよ。

[解答番号 ～] (配点 25)

投げたボールに対し、走って近づきながらボールをキャッチすれば、止まった状態でボールをキャッチしたときよりも相対的な速度が増すので、手に受けるボールの衝撃は大きくなる。逆に、投げたボールを追いかけながら走れば、走者から見たボールの相対速度は、走っている速度の分だけ遅く観察される。しかし、大変不思議なことに、光に対しては状況が全く異なる。光に対して近づきながら走っても、遠ざかりながら走っても、また静止した状態であっても、光速は常に一定の値として観察されることが、1887年のマイケルソンとモーリーの実験によって明らかとなった。この一見常識はずれの『光速不変の原理』を認めると、以下のように、日常的な感覚からは程遠い摩訶不思議なアルベルト・アインシュタインの相対性理論が導かれる。

問1 図1のように、ウサギは右向きに速度 v で走るロケットの中で、鏡の間を反射する光の往復時間を計測する。光の光路はロケットの移動方向とは垂直なので、光が下の鏡から上の鏡まで届く時間と、上の鏡から下の鏡まで届く時間とは同じであり、どちらも $t_{\text{ウサギ}}$ と書くことにする。上の鏡と下の鏡の間の距離を L 、光の速度を c とすれば、

$$L = c \cdot t_{\text{ウサギ}} \quad \dots \dots [1]$$

が成り立つ。

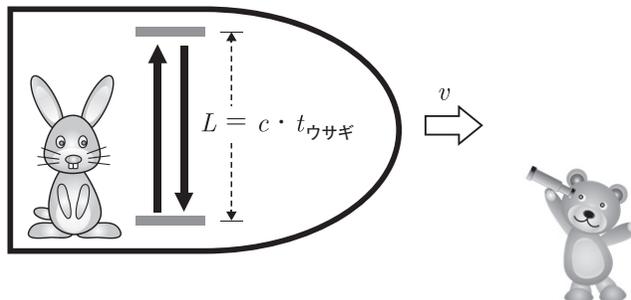


図 1

一方、ロケットの外で静止した状態のクマが、鏡の間を反射する光の往復時間を計測すれば、図2のように、鏡はロケットと同じ速度で右に移動していくので、光は図のような光路をたどることになる。クマにとっての、上の鏡と下の鏡の間の距離は、ロケットの運動方向とは垂直の方向で計測するので、ウサギの計測と同じ値の L となるが、下の鏡から上の鏡まで届く時間については、ウサギとクマとの間で、同じ値になるとは限らない。そこで、別の記号を使って、 $t_{クマ}$ と書くことにする。光が下の鏡から上の鏡に到達するまでの間に、ロケットは $v \cdot t_{クマ}$ の距離だけ移動する。

図2の直角三角形に着目すると、三平方の定理が成り立つので、

$$(c \cdot t_{クマ})^2 = L^2 + (v \cdot t_{クマ})^2 \quad \dots \dots \dots [2]$$

となる。

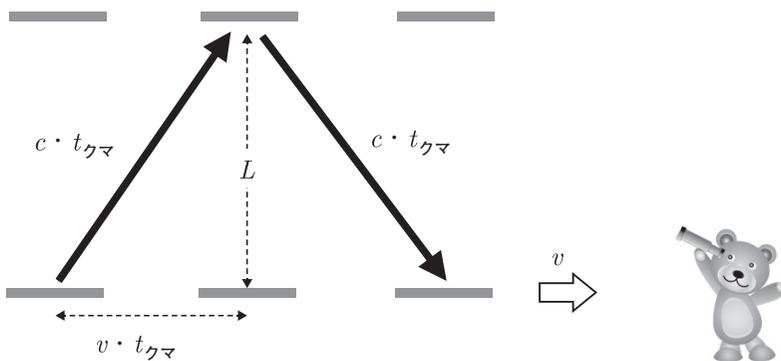


図 2

[1]と[2]より、 L についての等式を作るとき、 $t_{ウサギ}$ と $t_{クマ}$ について成り立つ関係式はどれか。正しいものを、次の①～④のうちから一つ選べ。 1

① $\frac{t_{クマ}}{t_{ウサギ}} = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

② $\frac{t_{クマ}}{t_{ウサギ}} = 1 - \frac{v^2}{c^2}$

③ $\frac{t_{クマ}}{t_{ウサギ}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

④ $\frac{t_{クマ}}{t_{ウサギ}} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

物理基礎・物理

この結果によれば、ロケット内のウサギにとっては一瞬の出来事であっても、ロケットの外で静止した状態で観察しているクマにとっては、ロケットの速度 v が光速 c に近づくほど、とても長い時間が経過しているように観察され、ウサギとクマとでは時間の進み方が異なることがわかる。

問2 図3のように、質量 M の惑星から非常に離れた位置 A で静止していた質量 m の物体が、惑星の重力に引き寄せられて、惑星からの距離が r の地点 B まで接近した。そのときの物体の速度を v とする。物体の運動エネルギーと万有引力による位置エネルギーとの和が、エネルギー保存の法則に従うとしたとき、成り立つ関係式はどれか。正しいものを、下の①～④のうちから一つ選べ。ただし、万有引力定数は G とする。 2

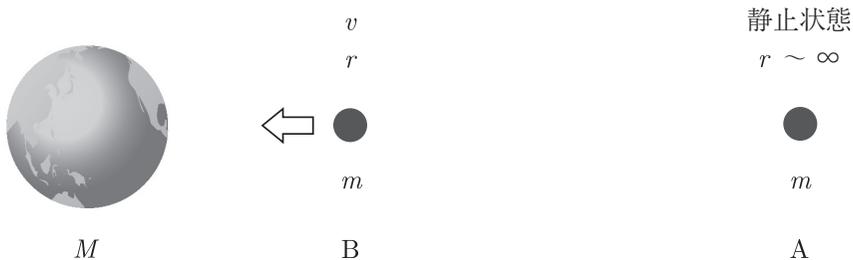


図 3

- ① $v^2 = \frac{GMm}{r}$ ② $v^2 = \frac{GM}{r}$ ③ $v^2 = \frac{2GMm}{r}$ ④ $v^2 = \frac{2GM}{r}$

問3 問2で求めた v^2 の結果を、問1で求めた結果に代入すると成り立つ式はどれか。正しいものを、次の①～④のうちから一つ選べ。 3

$$\textcircled{1} \quad \frac{t_{\text{クマ}}}{t_{\text{ウサギ}}} = \sqrt{1 - \frac{R}{r}} \quad \text{ただし, } R = \frac{GMm}{c^2}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{t_{\text{クマ}}}{t_{\text{ウサギ}}} = \sqrt{1 - \frac{R}{r}} \quad \text{ただし, } R = \frac{2Gm}{c^2}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{t_{\text{クマ}}}{t_{\text{ウサギ}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{R}{r}}} \quad \text{ただし, } R = \frac{GMm}{c^2}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{t_{\text{クマ}}}{t_{\text{ウサギ}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{R}{r}}} \quad \text{ただし, } R = \frac{2GM}{c^2}$$

問4 問3で求めた定数 R は、シュヴァルツシルトの半径(脚注)と呼ばれており、惑星の質量 M が非常に大きければ、惑星の半径を十分超えるくらい大きな値となる。例えば、太陽の約 10,000 倍の質量、 2.0×10^{34} [kg] を持つ惑星についてのシュヴァルツシルトの半径はいくらか。正しいものを、次の①～④のうちから一つ選べ。ただし、万有引力定数は 6.7×10^{-11} [$\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$], 光速は 3.0×10^8 [m/s] とする。 4 km

$$\textcircled{1} \quad 3,000$$

$$\textcircled{2} \quad 15,000$$

$$\textcircled{3} \quad 30,000$$

$$\textcircled{4} \quad 150,000$$

【脚注】

シュヴァルツシルトの半径 R は、1915年にアルベルト・アインシュタインらによって一般相対性理論の枠組みの中でより厳密な計算が行われたが、 R の数式は問3の結果と全く同じ式が得られる。その後、一般相対性理論の宇宙論への応用により、ブラックホールなどの様々な性質が解き明かされていった。しかし、1784年にイギリスのジョン・ミッチェルが、この R の式に気づき、王立協会の会報に現代のブラックホール理論につながる理論を展開しており、その先見性の高さには驚嘆させられる。

物理基礎・物理

問5 次の文章中の空欄 **5** ・ **6** に入れる表現として正しいものを、下の解答群のうちから一つずつ選べ。

問4のように、巨大な質量のために、シュヴァルツシルトの半径が惑星の半径を超えている場合を考える。問3の結果より、惑星から十分遠方にあったロケットが、この惑星の万有引力に引き寄せられ、惑星からの距離がシュヴァルツシルトの半径 R に近づくとつれて、外から観察しているクマにとっては、ロケット内の物理現象の時間の進み方が **5** ように見える。一方、ロケット内のウサギにとっては、時間の進み方が **6** 物理現象が観察される。

5 の解答群

- ① どんどんと遅くなっていく
- ② どんどんと速くなっていく
- ③ 自分と同じ

6 の解答群

- ① 速くなったような
- ② 遅くなったような
- ③ 通常と変わらず日常的な

第2問 次の文章を読み、各問い(問1～5)に答えよ。

[解答番号 1 ～ 5] (配点 25)

コンデンサーは電荷を蓄える能力を持ち、電気容量 C のコンデンサーに電圧 V をかけると、電気量 q は以下の式で表される。

$$q = C \cdot V \quad \dots \dots \dots [1]$$

このとき、コンデンサーには、以下の式で表される静電エネルギー U が蓄積される。

$$U = \frac{1}{2} q \cdot V = \frac{1}{2} C \cdot V^2 = \frac{q^2}{2C} \quad \dots \dots \dots [2]$$

図1のように、電気容量が同じコンデンサーを二つ用意し、片方には $40Q$ の電気量を貯め、もう片方には $9Q$ の電気量を貯めた。両方のコンデンサーの電気容量は C とする。この二つのコンデンサーを、常温の状態では、図2のように導線で接続したところ、コンデンサーの両端の電圧を測定したら V となった。

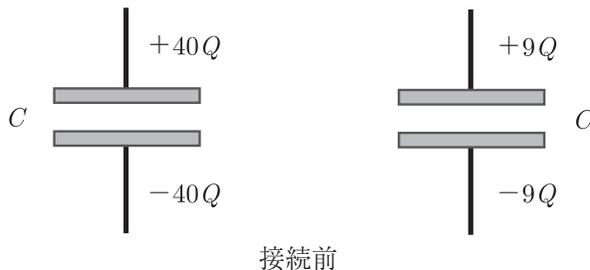


図 1

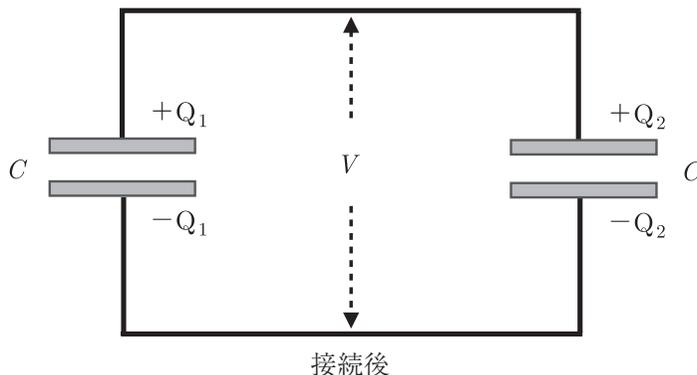


図 2

問1 二つのコンデンサーの静電エネルギーの和が、接続前と接続後で保存されるものと考え、接続後の電圧 V はいくらか。正しいものを、次の①～④のうちから一つ選べ。 $V = \boxed{1}$

- ① $\frac{Q}{C}$ ② $\frac{41Q}{\sqrt{2}C}$ ③ $\frac{40Q}{9C}$ ④ $\frac{9Q}{40C}$

問2 次に考え方を覚えて、二つのコンデンサーの電気量の和が、接続前と接続後で保存されるものと考え、接続後の電圧 V はいくらか。正しいものを、次の①～④のうちから一つ選べ。 $V = \boxed{2}$

- ① $\frac{Q}{C}$ ② $\frac{40Q}{9C}$ ③ $\frac{49Q}{2C}$ ④ $\frac{9Q}{40C}$

問3 問2の場合、二つのコンデンサーの静電エネルギーの和は、接続前と接続後とで異なるが、そのエネルギーの差 ΔE はいくらか。正しいものを、次の①～④のうちから一つ選べ。 $\Delta E = \boxed{3}$

- ① $\frac{Q^2}{C}$ ② $\frac{40Q^2}{9C}$ ③ $\frac{7Q^2}{423C}$ ④ $\frac{961Q^2}{4C}$

問4 問2の場合、接続前の二つのコンデンサーの静電エネルギーの和を E とすると、エネルギーの損失率 $\frac{\Delta E}{E}$ はいくらか。正しいものを、次の①～④のうちから一つ選べ。

$$\frac{\Delta E}{E} = \boxed{4}$$

- ① 0.02 ② 0.15 ③ 0.29 ④ 0.38

物理基礎・物理

問5 問1の静電エネルギーの保存の考え方と、問2以降の電気量保存の考え方とは結果が異なるが、これをどのように解釈するのがよいのか。正しいものを、次の①～④のうちから一つ選べ。 5

- ① 静電エネルギー保存の考え方が正しい。
- ② 電気量保存の考え方が正しく、エネルギーは主に電磁波の放出によって失われた。
- ③ 電気量保存の考え方が正しく、無視できない導線の抵抗のため、エネルギーは主にジュール熱として失われた。
- ④ どちらの考え方も正しくなく、別の理由がある。

第3問 次の文章を読み、各問い(問1～5)に答えよ。

[解答番号 ～] (配点 25)

正弦波の音波が、一様な媒質中を x 軸の正の方向へ速さ V で進んでいる。図1は、時刻 $t=0$ のときの、位置 x における媒質の変位 y を表すグラフである。点 O の位置に観測器を置いて媒質の変位を観測すると、媒質は1秒間に f 回振動し、変位の最大値は r であった。

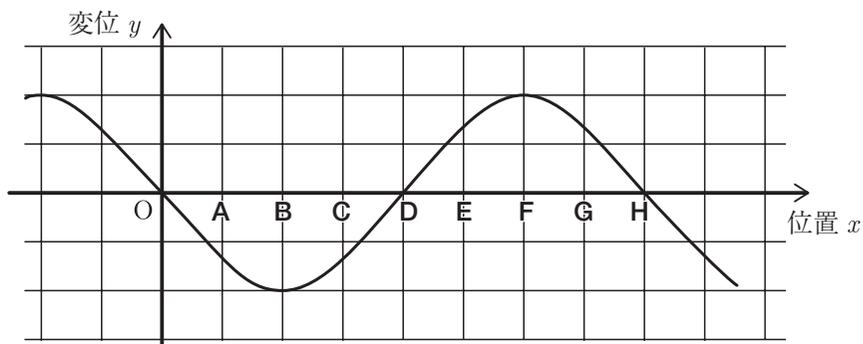


図 1

問1 時刻 $t=0$ のとき、媒質の速度がゼロである位置は、図1の点 **A** ～ **H** のうちのどこか。正しいものを、次の①～⑦のうちから一つ選べ。

- ① **A, G, H** ② **B, F** ③ **C, D, E** ④ **D, H**
 ⑤ **E, F, G** ⑥ **E, G** ⑦ **F**

問2 時刻 $t=0$ のとき、媒質の速度が正の向きである位置は、図1の点A～Hのうちどこか。正しいものを、次の①～⑦のうちから一つ選べ。 2

- ① A, G, H ② B, F ③ C, D, E ④ D, H
 ⑤ E, F, G ⑥ E, G ⑦ F

問3 ある位置 x に観測器を置いて媒質の変位を観測すると、そこで観測される変位 y はどのような式で表されるか。正しいものを、次の①～④のうちから一つ選べ。 $y =$ 3

- ① $r \sin \frac{2\pi f(Vt+x)}{V}$ ② $r \sin \frac{2\pi f(Vt-x)}{V}$
 ③ $r \sin \frac{2\pi(Vt+x)}{fV}$ ④ $r \sin \frac{2\pi(Vt-x)}{fV}$

問4 観測器を点Oから x 軸の正の方向へ一定の速さ v ($v < V$) で動かしながら観測すると、観測される媒質の変位は1秒間に f' 回振動した。観測器の動きは媒質に影響を与えないとして、比 f'/f はいくらか。正しいものを、次の①～④のうちから一つ選べ。 $f'/f =$ 4

- ① $\frac{V+v}{V}$ ② $\frac{V}{V+v}$ ③ $\frac{V-v}{V}$ ④ $\frac{V}{V-v}$

問5 図2のように、点Oと点P(位置 x_P)の間にある媒質の一部分(幅 d)だけ、元の媒質との相対屈折率が n である媒質に置き換える。置き換えた媒質中では波長が元の波長の n 分の1になる。点Oと点Pに、それぞれ観測器を置き、2点の音波を合成したとき強め合うための条件は、 $m = 0, 1, 2, \dots$ を用いてどう表せるか。正しいものを、下の①~④のうちから一つ選べ。

5 = $m (m = 0, 1, 2, \dots)$

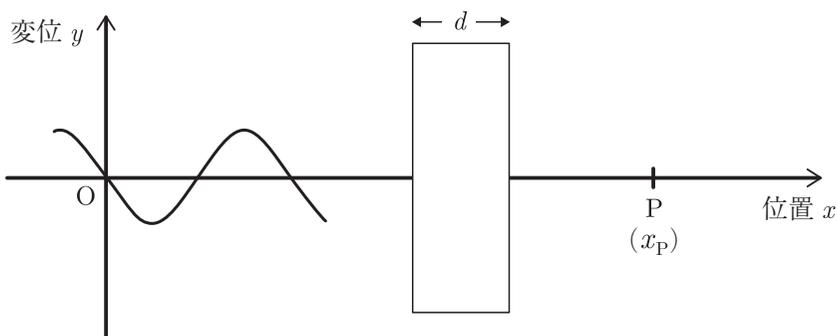


図 2

① $\frac{(x_P + d(n-1))f}{V}$

② $\frac{(x_P + d(1-n))f}{V}$

③ $\frac{x_P + d(n-1)}{fV}$

④ $\frac{x_P + d(1-n)}{fV}$

第4問 次の文章を読み、各問い(問1～5)に答えよ。

[解答番号 1 ～ 5] (配点 25)

図1のように、横 a 、縦 b 、質量 M の均質な直方体の物体を水平な床の上に置き、床から高さ y の点 Q を水平に引いた。物体と床との間の静止摩擦係数を μ 、重力加速度の大きさを g とする。

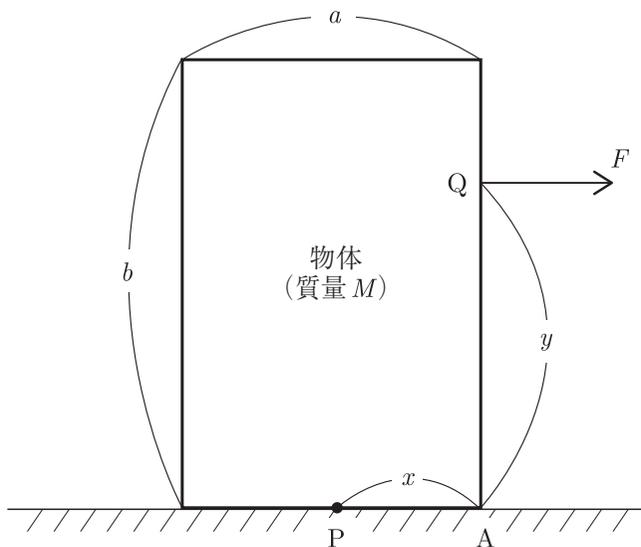


図 1

問1 引く力の大きさが F のとき、物体は動かなかった。物体が床から受ける垂直抗力の大きさを N 、その作用点を P とし、 $AP = x$ とする。また、静止摩擦力の大きさを S とする。点 A の回りの力のモーメントのつりあいの式はどのようであるか。正しいものを、次の①～④のうちから一つ選べ。 1

- ① $Fy + Mg \times \frac{a}{2} = N(a - x)$ ② $N(a - x) + F(b - y) = Sb + Mg \times \frac{a}{2}$
- ③ $Nx + Fy = Mg \times \frac{a}{2}$ ④ $Nx + Sb = F(b - y) + Mg \times \frac{a}{2}$

問2 垂直抗力の作用点PのA点からの距離 x はいくらか。正しいものを、次の①～④のうちから一つ選べ。 2

① $\frac{a}{2} - \frac{Fy}{Mg}$ ② $\frac{a}{2} + \frac{Fy}{Mg}$ ③ $a - \frac{Fy}{Mg}$ ④ $a - \frac{2Fy}{Mg}$

問3 引く力の大きさ F を大きくしていったとき、物体が傾かないですべり出す場合の y の条件はどのようなものであるか。正しいものを、次の①～④のうちから一つ選べ。 3

① $y < \frac{a}{\mu}$ ② $y < \frac{a}{2\mu}$ ③ $y < \frac{b}{2\mu}$ ④ $y < \frac{b}{4\mu}$

問4 y が問3の条件を満たすとき、 F を大きくしていったとき、いくらを超えたときにすべり出すか。正しいものを、次の①～④のうちから一つ選べ。 4

① $\frac{b\mu Mg}{a}$ ② $\frac{aMg}{2y}$ ③ $\frac{bMg}{2y}$ ④ μMg

問5 y が問3の条件を満たさないとき、引く力の大きさ F を大きくしていくと、物体はすべらないで傾きはじめる。 F がいくらを超えたときに傾きはじめるか。正しいものを、次の①～④のうちから一つ選べ。 5

① $\frac{b\mu Mg}{a}$ ② $\frac{aMg}{2y}$ ③ $\frac{bMg}{2y}$ ④ μMg