

2014年度

⑥ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから6ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全 問 必 答)

第1問 (配点 25)

- (1) 連立方程式 $\begin{cases} xy - 2x - 7y + 14 = 0 \\ x + 2y - 5 = 0 \end{cases}$ の解 x, y がともに自然数であるとき,

$$(x, y) = (\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}})$$

である。

- (2) x の3次式 $x^3 + 3x^2 + ax + b$ を $(x - 1)(x + 2)$ で割ったときの余りが $2x + 1$ になるとき, 定数 a, b の値は

$$a = \boxed{\text{ウ}}, b = \boxed{\text{エオ}}$$

である。

- (3) 円 $C : x^2 + y^2 - 4x - 6y + k = 0$ (k は定数) の中心の座標は

$$(\boxed{\text{カ}}, \boxed{\text{キ}})$$

である。また, 円 C が直線 $x + 2y = 3$ と接するとき, 定数 k の値は

$$k = \boxed{\text{ク}}$$

である。

(4) 関数 $y = (\log_3 x)^2 - \log_3 x^6 + 36$ は,

$x =$ のとき最小値

をとる。

第2問 (配点 25)

3次関数 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$ に対して、 $y = f(x)$ のグラフを C とおく。

(1) $f(x)$ の導関数は

$$f'(x) = \boxed{\text{ア}}x^2 - \boxed{\text{イウ}}x + \boxed{\text{エ}}$$

であるから、極値は

$$\text{極大値} : f(\boxed{\text{オ}}) = \boxed{\text{カ}}, \text{極小値} : f(\boxed{\text{キ}}) = \boxed{\text{ク}}$$

である。

(2) C 上の点 $(4, f(4))$ における接線の方程式は

$$y = \boxed{\text{ケ}}x - \boxed{\text{コサ}}$$

である。

(3) C を x 軸の方向に -3 だけ平行移動した曲線を D とする。 D の方程式を $y = g(x)$ とおくと、

$$g(x) = x^3 + \boxed{\text{シ}}x^2 + \boxed{\text{ス}}$$

である。方程式 $f(x) = g(x)$ の解を α, β ($\alpha < \beta$) とおくと、

$$\alpha = \boxed{\text{セ}}, \beta = \boxed{\text{ソ}}$$

であり、

$$\int_{\alpha}^{\beta} \{f(x) - g(x)\} dx = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

第3問 (配点 25)

箱の中に1が書かれたカードが4枚, 2が書かれたカードが3枚, 3が書かれたカードが2枚, 合計9枚のカードが入っている。

(1) 箱の中から3枚のカードを取り出し, 取り出した3つの数の和を X とする。

(i) $X = 3$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$, $X = 5$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(ii) X が奇数となる確率は $\frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$ である。

(2) 箱の中から1枚のカードを取り出し, カードに書かれた数を記録して袋の中に戻す。この操作を繰り返して3回行うとき, 1回目に取り出した数を a , 2回目に取り出した数を b , 3回目に取り出した数を c とする。

(i) $a = b = c$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である。

(ii) $(a - b)(b - c)(c - a) \neq 0$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{セン}}}{\boxed{\text{タチ}}}$ である。

第4問 (配点 25)

数列 $\{a_n\}$ が,

$$a_1 = 1, a_2 = 7, a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすものとする。

(1) $b_n = a_{n+1} - a_n$ とおくと,

$$b_{n+1} = \boxed{\text{ア}} b_n$$

となるから, 数列 $\{b_n\}$ は公比 $\boxed{\text{ア}}$ の等比数列であり, $\{b_n\}$ の一般項は

$$b_n = \boxed{\text{イ}} \cdot \boxed{\text{ウ}}^n$$

である。したがって, 数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = \boxed{\text{エ}} \cdot \boxed{\text{オ}}^n - \boxed{\text{カ}}$$

である。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とおくと,

$$S_n = \boxed{\text{キ}} \cdot \boxed{\text{ク}}^{n+1} - \boxed{\text{ケ}} n - \boxed{\text{コ}}$$

である。また, S_n を 3 で割った余りを r_n とすると,

$$r_1 = \boxed{\text{サ}}, r_2 = \boxed{\text{シ}}, r_3 = \boxed{\text{ス}}, r_4 = \boxed{\text{セ}}$$

であり,

$$r_1 + r_2 + r_3 + \dots + r_{100} = \boxed{\text{ソタチ}}$$

である。

————— 〈解答上の注意〉 —————

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, $\sqrt{\frac{\text{コ}}{\text{サ}}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。