

2014年度

⑤ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから9ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全 問 必 答)

第1問 (配点 25)

(1) 方程式 $|2x - 1| = |x| + 3$ の解は

$$x = \boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イウ}}$$

である。

(2) $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。 2^{100} は $\boxed{\text{エオ}}$ 桁の数である。また、 $\left(\frac{1}{8}\right)^{10}$ は小数第

$\boxed{\text{カキ}}$ 位にはじめて 0 でない数字が現れる。

(3) 白玉 5 個，赤玉 2 個，黒玉 1 個を無作為に一列に並べるとき，同じ色の玉は区

別がつかないとすると，並べ方は $\boxed{\text{クケコ}}$ 通りある。また，2 個の赤玉が隣り

合わない確率は $\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ であり，赤玉と黒玉が隣り合わない確率は $\frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$

である。

第2問 (配点 25)

a を実数の定数とする。 x についての2次方程式

$$4x^2 - 10x + a = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

の2解は $\sin \theta + 1$ と $\cos \theta + 1$ であるとする。

(1) $\sin \theta + \cos \theta$ と $\sin \theta \cos \theta$ の値は

$$\sin \theta + \cos \theta = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad \sin \theta \cos \theta = \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

であるから、 a の値は

$$a = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

(2) ①の解は

$$x = \frac{\boxed{\text{ク}} \pm \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

(3) 座標平面上に3点

$$O(0, 0), P(\sin \theta + 1, \cos \theta + 1), Q(\cos \theta + 1, \sin \theta + 1)$$

をとる。このとき、線分PQの長さと $\triangle OPQ$ の面積は

$$PQ = \frac{\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{ス}}}, \quad \triangle OPQ = \frac{\boxed{\text{セ}} \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

第3問 (配点 25)

xy 平面上に、2つの放物線

$$C_1 : y = x^2, \quad C_2 : y = -(x - a)^2 + 5a$$

がある。

- (1) C_1, C_2 が交わる時、その交点の x 座標は、2次方程式

$$\boxed{\text{ア}} x^2 - \boxed{\text{イ}} ax + a^2 - \boxed{\text{ウ}} a = 0$$

の解である。

- (2) C_1 と C_2 が異なる2点で交わる a の値の範囲は

$$\boxed{\text{エ}} < a < \boxed{\text{オカ}}$$

である。

- (3) C_1 と C_2 は異なる2点で交わり、1つの交点は領域 $x < 0$ に、他方の交点は領域 $x > 2$ にあるものとする。このとき、 a のとりうる値の範囲は

$$\boxed{\text{キ}} < a < \boxed{\text{ク}}$$

である。また、区間 $0 \leq x \leq 2$ において C_1 と C_2 で囲まれる領域の面積を $S(a)$ とおくと、

$$S(a) = \boxed{\text{ケコ}} a^2 + \boxed{\text{サシ}} a - \frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

(4) (3)の $S(a)$ のとりうる値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}} < S(a) \leq \frac{\boxed{\text{テトナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

である。

第4問 (配点 25)

平面上に5点O, A, B, P, Qがあり, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OP} = \vec{p}$, $\overrightarrow{OQ} = \vec{q}$ とおくと,

$$\vec{p} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}, \quad \vec{q} = \frac{2}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}$$

が成り立つとする。

(1) \vec{a} , \vec{b} を \vec{p} , \vec{q} で表すと,

$$\vec{a} = \boxed{\text{ア}} \vec{p} + \boxed{\text{イ}} \vec{q}, \quad \vec{b} = \boxed{\text{ウ}} \vec{p} + \boxed{\text{エ}} \vec{q}$$

である。

(2) 線分OAと線分PQの交点をRとおくと,

$$\frac{PR}{RQ} = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}, \quad \frac{OR}{RA} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

(3) $|\vec{p}| = 3$, $|\vec{q}| = 2$, $\angle POQ = 120^\circ$ とする。内積 $\vec{p} \cdot \vec{q}$ の値は

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = \boxed{\text{ケコ}}$$

であるから,

$$|\vec{a}| = \boxed{\text{サ}}, |\vec{b}| = \boxed{\text{シ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}}, \vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{セソ}}$$

であり,

$$\angle AOB = \boxed{\text{タチ}}^\circ$$

である。

————— 〈解答上の注意〉 —————

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

| | |
|---|-----------------------|
| ア | ⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ |
| イ | ⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ |
| ウ | ⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ |

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

| | |
|---|-----------------------|
| キ | ⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ |
| ク | ⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ |
| ケ | ⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ |

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, $\sqrt{\text{コサ}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。