

2012年度

④ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから6ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全 問 必 答)

第1問 (配点 25)

- (1) 放物線 $C: y = -2x^2 + bx + c$ は2点 $(-1, 0)$, $(3, 4)$ を通る。このとき,

$$b = \boxed{\text{ア}}, \quad c = \boxed{\text{イ}}$$

であり, C が x 軸を切り取る線分の長さは $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

- (2) $\triangle ABC$ において, $AB = 1$, $AC = 2$, $\angle BAC = 120^\circ$ とする。このとき,

$$BC = \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

であり, $\triangle ABC$ の外接円の半径 R は

$$R = \frac{\sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

- (3) 400 の正の約数は, 1 および 400 自身を含めて $\boxed{\text{ケコ}}$ 個ある。このうちの 5 の倍数の総和は $\boxed{\text{サシス}}$ である。

(4) 5 個の文字 A, B, C, D, E を左から一列に並べるとき,

両端が A と B になる並べ方は

セソ

 通り

であり,

A が B の左側にある並べ方は

タチ

 通り

である。

第2問 (配点 25)

x, y を $x \geq 2, y \geq 2$ を満たす実数とする。

- (1) $xy = 64$ のとき, $\log_2 x$ のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{ア}} \leq \log_2 x \leq \boxed{\text{イ}}$$

である。また,

$$\log_2 y = \boxed{\text{ウ}} - \log_2 x$$

であるから

$$(\log_2 x)(\log_2 y) = -\left(\log_2 x - \boxed{\text{エ}}\right)^2 + \boxed{\text{オ}}$$

したがって, $(\log_2 x)(\log_2 y)$ は

$$x = \boxed{\text{カ}}, y = \boxed{\text{キ}}$$

のとき, 最大値 $\boxed{\text{ク}}$ をとる。

- (2) $(\log_2 x)(\log_2 y) = 4$ のとき, xy は

$$x = \boxed{\text{ケ}}, y = \boxed{\text{コ}}$$

のとき, 最小値 $\boxed{\text{サシ}}$ をとる。

第3問 (配点 25)

座標平面上に、次のような円 C 、直線 L 、放物線 D がある。

$$C : x^2 + y^2 - 4(x + y) = 0$$

$$L : x + y = a$$

$$D : y = x^2 - bx + c$$

ただし、 a, b, c は実数で $a > 0$ である。

- (1) 円 C の中心を P 、半径を r とおくと

$$P \left(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}} \right), r = \boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

- (2) 直線 L と円 C が点 Q で接するとき、 a の値と Q の座標は

$$a = \boxed{\text{オ}}, Q \left(\boxed{\text{カ}}, \boxed{\text{キ}} \right)$$

である。さらに、直線 L と放物線 D が点 Q で接するとき、

$$b = \boxed{\text{ク}}, c = \boxed{\text{ケコ}}$$

である。

- (3) 円 C と y 軸の、原点 O と異なる交点を R とする。(2) のとき、弧 QR (O を含まない部分) と放物線 D および y 軸で囲まれた部分の面積を S とおくと

$$S = \frac{\boxed{\text{サシス}}}{\boxed{\text{セ}}} - \boxed{\text{ソ}} \pi$$

である。

第4問 (配点 25)

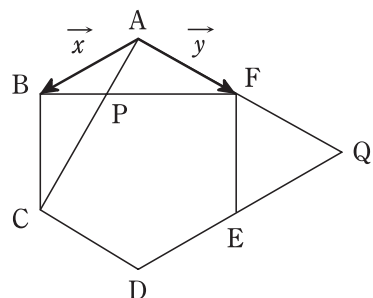
平面上に正六角形 $ABCDEF$ があり, AC と BF の交点を P , 直線 AF と直線 DE の交点を Q とする。 $\overrightarrow{AB} = \vec{x}$, $\overrightarrow{AF} = \vec{y}$ とおくとき

- (1) $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AP}$ を $\vec{x}$, $\vec{y}$ で表すと

$$\overrightarrow{AC} = \boxed{\text{ア}} \vec{x} + \vec{y}$$

$$\overrightarrow{AP} = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \vec{x} + \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \vec{y}$$

である。



- (2) $\overrightarrow{CQ}$, $\overrightarrow{PQ}$ を $\vec{x}$, $\vec{y}$ で表すと

$$\overrightarrow{CQ} = -\boxed{\text{カ}} \vec{x} + \vec{y}$$

$$\overrightarrow{PQ} = -\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \vec{x} + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \vec{y}$$

である。

- (3) 三角形 APQ の面積を S_1 , 三角形 CDQ の面積を S_2 とおくと

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(－, 土), 数字(0～9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に－83 と答えたいとき

ア	☒ (－) ☐ (土) ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9
イ	☐ (－) ☐ (土) ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒ 8 ☐ 9
ウ	☐ (－) ☐ (土) ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。
符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 キク
ケ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	☒ (－) ☐ (土) ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9
ク	☐ (－) ☐ (土) ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9
ケ	☐ (－) ☐ (土) ☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, コ $\sqrt{\text{サ}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところ
を, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。