

2011年度

③ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから6ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
  - ① 氏名欄  
氏名・フリガナを記入しなさい。
  - ② 受験番号欄  
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

# 数 学

(全 問 必 答)

## 第1問 (配点 30)

(1)  $x = 3 - \sqrt{5}$  のとき

$$x^2 - 6x = \boxed{\text{アイ}}, \quad x^2 + \frac{16}{x^2} = \boxed{\text{ウエ}}$$

である。

(2) 2次関数  $y = 2x^2 + x + 1$  のグラフを  $x$  軸方向に  $\boxed{\text{オ}}$  平行移動すると

$$y = 2x^2 - 3x + \boxed{\text{カ}} \dots\dots \textcircled{1}$$

であり、グラフ①は直線  $y = 5$  から長さ  $\frac{\sqrt{\boxed{\text{キク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$  の線分を切り取る。

(3)  $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$  において、 $f(x) = 2\cos^2 x - 5\sin x + 1$  とおく。

(i)  $f(x)$  が最小になる  $x$  の値は  $x = \boxed{\text{コサ}}^\circ$  である。

(ii)  $f(x) = 0$  を満たす  $x$  の値は  $x = \boxed{\text{シス}}^\circ$ ,  $\boxed{\text{セソタ}}^\circ$  である。

(4) 辺の長さ 3 の正 4 面体の表面積を  $S$ , 体積を  $V$  とおくと

$$S = \boxed{\text{チ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}, \quad V = \frac{\boxed{\text{テ}} \sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

である。

## 第2問 (配点 30)

(1)  $xy$  平面上で、方程式  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = 0$  は

中心  $(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}})$ , 半径  $\boxed{\text{ウ}}$

の円を表す。この円と直線  $y = mx$  が接するとき、 $m$  の値は

$$m = \frac{\boxed{\text{エ}} \pm \boxed{\text{オ}} \sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

(2) 関数  $f(x) = (\log_2 x)^2 - 10 \log_2 x + 24$  について

(i)  $f(x) < 0$  を満たす  $x$  の範囲は  $\boxed{\text{クケ}} < x < \boxed{\text{コサ}}$  である。

(ii)  $f(x)$  は  $x = \boxed{\text{シス}}$  のとき最小値  $\boxed{\text{セソ}}$  をとる。

(3)  $\vec{a} = (-2, 3)$ ,  $\vec{b} = (2x, x + 1)$  ( $x$  は定数) に対して

(i)  $\vec{a} \perp \vec{b}$  のとき、 $x = \boxed{\text{タ}}$  である。

(ii)  $\vec{a} \parallel \vec{b}$  のとき、 $\frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|} = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$  である。

(4) 初項  $a_1 = 1$ , 公差 6 の等差数列  $\{a_n\}$  の一般項を  $a_n$  とおくと

$$a_n = \boxed{\text{テ}} n - \boxed{\text{ト}}$$

初項から第  $n$  項までの和を  $S_n$  とおくと

$$S_n = \boxed{\text{ナ}} n^2 - \boxed{\text{ニ}} n$$

である。

### 第3問 (配点 20)

関数  $f(x) = x|x - a|$  に対して、曲線  $C : y = f(x)$  のグラフ上の極大値をとる点を  $P$ 、 $C$  と直線  $x = 1$  との交点を  $Q$  とする。ただし、 $a$  は  $0 < a < 1$  を満たす定数であり、 $O$  は座標の原点である。

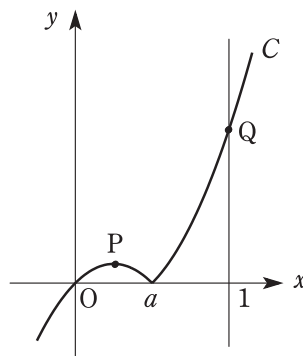
(1)  $P$  の座標は

$$P \left( \frac{a}{\boxed{\text{ア}}}, \frac{a^2}{\boxed{\text{イ}}} \right)$$

である。3点  $O$ 、 $P$ 、 $Q$  が1直線上にあるとき

$$a = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

であり、 $P$  は  $OQ$  を  $\boxed{\text{オ}} : \boxed{\text{カ}}$  の比に内分する。



(2) 曲線  $C$  の点  $Q$  における接線の方程式は

$$y = (\boxed{\text{キ}} - a)x - \boxed{\text{ク}}$$

である。

(3)  $x < a$  のとき

$$f'(x) = \boxed{\text{ケコ}} x + a$$

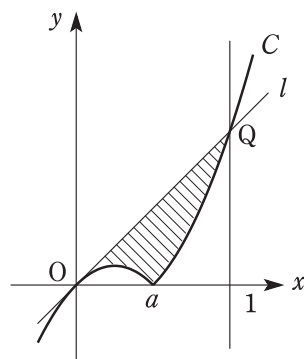
であるから、曲線  $C$  の原点  $O$  における接線  $l$  が点  $Q$  を通るとき

$$a = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

であり、 $C$  と  $l$  とで囲まれた部分の面積を  $S$  とおくと

$$S = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。



## 第4問 (配点 20)

袋の中に赤球 7 個, 白球 3 個が入っている。

- (1) 袋の中から 10 個の球すべてを取り出して一列に並べる。

並べ方は全部で 

アイウ
-----

 通りである。このうち,

どの 3 個の白球も隣り合わない並べ方は 

エオ
----

 通り

であり, さらにこの中で,

左端が赤球で右端が白球である並べ方は 

カキ
----

 通り

である。

- (2) 袋の中から 1 個ずつ取り出していき, 赤球が 3 個取り出された時点で終了とする。ただし, 取り出した球は袋の中に戻さない。終了したとき取り出した球の個数を  $X$ ,  $X = k$  となる確率を  $P(k)$  とおく ( $k = 3, 4, 5, 6$ )。このとき,

$$P(3) = \frac{\tableborder{1}{ク}}{\tableborder{1}{ケコ}}, \quad P(4) = \frac{\tableborder{1}{サ}}{\tableborder{1}{シ}}, \quad P(5) = \frac{\tableborder{1}{ス}}{\tableborder{1}{セ}}$$

であり,  $X$  の期待値は 

ソタ
チ

 である。

## 〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2  $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$  に  $-\frac{4}{5}$  と答えたいときは,  $\frac{-4}{5}$  として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば,  $\sqrt{\text{コサ}}$  ,  $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$  に  $4\sqrt{2}$  ,  $\frac{\sqrt{13}}{2}$  と答えるところを,  $2\sqrt{8}$  ,  $\frac{\sqrt{52}}{4}$  のように答えてはいけません。