

2010年度

⑤ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから7ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全問必答)

第1問 (配点 25)

(1) $x = \frac{4 + \sqrt{7}}{6}$, $y = \frac{4 - \sqrt{7}}{6}$ のとき

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}, \quad \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

(2) 連立方程式
$$\begin{cases} 7x - 2y + z = 3 \\ 3x + y + 7z = 3 \\ 2x + 3y + 6z = 3 \end{cases}$$
 の解は

$$x = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}, \quad y = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}, \quad z = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

(3) i を虚数単位とする。 $(3 + 2i)a + (1 - i)b = 7 + 3i$ を満たす実数 a, b は

$$a = \boxed{\text{ス}}, \quad b = \boxed{\text{セ}}$$

である。また、 $\frac{2i}{c + di} = 3 + i$ を満たす実数 c, d は

$$c = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}, \quad d = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。

(4) 各項が正の値である等比数列 $\{a_n\}$ が $a_2 = 48, a_5 = 162$ を満たすとき

$$\text{初項は } \boxed{\text{テト}}, \quad \text{公比は } \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

であり

$$\log_{10} (a_1 a_2 a_3 a_4 a_5) = \boxed{\text{ヌネ}} \log_{10} 2 + \boxed{\text{ノハ}} \log_{10} 3$$

である。

第2問 (配点 25)

座標平面上に3点 $A(4, 0)$, $B(0, 3)$, $C(-2, 0)$ がある。

- (1) 線分 AB , BC の長さは

$$AB = \boxed{\text{ア}}, \quad BC = \sqrt{\boxed{\text{イウ}}}$$

である。

- (2) 直線 AB の方程式は

$$y = -\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}x + \boxed{\text{カ}}$$

である。

- (3) 三角形 ABC の外接円の方程式は

$$x^2 + y^2 - \boxed{\text{キ}}x - \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}y - \boxed{\text{コ}} = 0$$

であり、外接円の半径を R とおくと

$$R = \frac{\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

(4) 三角形 ABC の面積は \square ソ \square であり、内接円の半径を r とおくと

$$r = \frac{\square \text{ タチ } \square - \sqrt{\square \text{ ツテ } \square}}{\square \text{ ト } \square}$$

である。

第3問 (配点 25)

関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ は $x = 1$ で極大値 3 をとる。ただし、 a, b は定数である。

(1) $f(x)$ は

$$f(1) = 3, f'(1) = \boxed{\text{ア}}$$

を満たすから、 a, b の値は

$$a = \boxed{\text{イウ}}, b = \boxed{\text{エ}}$$

である。

(2) $f(x)$ は

$$x = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \text{ で極小値 } \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$$

をとる。

(3) $g(x) = f'(x)$ とおき、2次関数 $y = g(x)$ を考える。 $y = g(x)$ のグラフと直線 $y = c$ (c は定数) が接するとき、 c の値と接点の x 座標は

$$c = -\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}, (x \text{ の座標}) = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。また、 $y = g(x)$ のグラフ、直線 $y = c$ 、 y 軸とで囲まれた部分の面積を S とおくと

$$S = \frac{\boxed{\text{ソタチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$$

である。

第4問 (配点 25)

座標平面上に、下の図のような9個の点

$$(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), \dots, (3, 3)$$

があり、その上にいくつかの白点または黒点をおく。

- (1) 3個の白点をおく。異なるおき方は **アイ** 通りある。このとき、

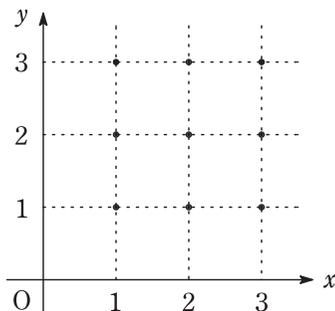
$$3 \text{ 個の白点が一行に並ぶ確率は } \frac{\text{ウ}}{\text{エオ}}$$

である。また、3個の白点を頂点とする三角形ができて

$$\begin{aligned} \text{面積が1となる確率は} & \frac{\text{カ}}{\text{キク}} \\ \text{面積が2となる確率は} & \frac{\text{ケ}}{\text{コサ}} \end{aligned}$$

である。そして、三角形の面積の期待値は $\frac{\text{シ}}{\text{ス}}$ である。ただし、3点が一行に並ぶものは、面積0の三角形と考えるものとする。

- (2) 4個の白点、4個の黒点をおく。異なるおき方は **セソタ** 通りある。このうち、直線 $y = x$ に関して対称なおき方は **チツ** 通りある。



〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
イ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ウ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ク	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ケ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, $\sqrt{\text{コサ}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。