

2010年度

③ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから6ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
  - ① 氏名欄  
氏名・フリガナを記入しなさい。
  - ② 受験番号欄  
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

# 数 学

(全 問 必 答)

## 第1問 (配点 25)

(1)  $x = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ ,  $y = \sqrt{6} - \sqrt{2}$  のとき

$$x + y = 2\sqrt{6}, x - y = 2\sqrt{2}, xy = \boxed{\text{ア}}$$

であり

$$x^2 - y^2 = \boxed{\text{イ}} \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}, \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \boxed{\text{エ}}$$

である。

(2) 不等式  $|2x - 3| < 1$  の解は

$$\boxed{\text{オ}} < x < \boxed{\text{カ}} \dots\dots (*)$$

である。また、不等式  $ax^2 + 6x + b > 0$  の解が  $(*)$  と一致するのは

$$a = \boxed{\text{キク}}, b = \boxed{\text{ケコ}}$$

のときである。

(3)  $x$  についての方程式  $4^x - 2^{x+3} + 12 = 0$  の解は

$$x = \boxed{\text{サ}} \text{ および } x = \log_2 \boxed{\text{シ}}$$

である。

- (4) 関数  $f(x) = x^2 - 3x + 2$  に対して、 $C: y = f(x)$  のグラフの点  $(3, f(3))$  における接線  $l$  の方程式は

$$y = \boxed{\text{ス}}x - \boxed{\text{セ}}$$

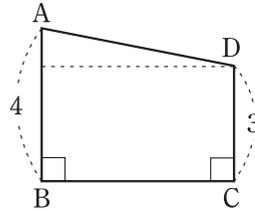
である。また、 $C$ 、 $l$  および  $y$  軸とで囲まれた部分の面積は  $\boxed{\text{ソ}}$  である。

## 第2問 (配点 25)

台形 ABCD において

$$\begin{cases} AB = 4 \\ CD = 3 \\ \angle ABC = \angle BCD = 90^\circ \end{cases}$$

とする。また、この台形の面積を  $S$  とおく。



(1)  $BC = 4$  のとき、線分  $BD$  の長さ、面積  $S$  は

$$BD = \boxed{\text{ア}}, S = \boxed{\text{イウ}}$$

さらに

$$AD \sin \angle ADB = \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

(2)  $\cos \angle BAD = \frac{1}{5}$  のとき、線分  $BD$  の長さ、面積  $S$  は

$$BD = \sqrt{\boxed{\text{キク}}}, S = \boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

(3) 台形 ABCD に内接する円 (4 辺に接する円) が存在するとき、その円の半径を  $r$  とおくと、 $r$  の長さ、面積  $S$  は

$$r = \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}, S = \boxed{\text{セソ}}$$

である。

### 第3問 (配点 25)

関数  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 3$  を考える。

(1)  $f(x)$  の導関数  $f'(x)$  は

$$f'(x) = \boxed{\text{ア}}x^2 - \boxed{\text{イウ}}x + \boxed{\text{エ}}$$

であり、 $f(x)$  は

$$\begin{aligned} x &= \boxed{\text{オ}} \quad \text{において極大値} \quad \boxed{\text{カ}} \\ x &= \boxed{\text{キ}} \quad \text{において極小値} \quad \boxed{\text{ク}} \end{aligned}$$

をとる。

(2)  $f(x)$  は、区間  $-2 \leq x \leq 2$  において

$$\text{最大値} \quad \boxed{\text{ケ}} \quad , \quad \text{最小値} \quad \boxed{\text{コサシ}}$$

をとる。

(3)  $a$  を正の定数とする、区間  $0 \leq x \leq a$  における  $f(x)$  の最大値が 7、最小値が 3 となる  $a$  の範囲は

$$\boxed{\text{ス}} \leq a \leq \boxed{\text{セ}}$$

である。

## 第4問 (配点 25)

さいころを3回投げて、1回目に出た目を $a$ 、2回目に出た目を $b$ 、3回目に出た目を $c$ とおく。

(1) 数の組 $(a, b, c)$ は全部で  通りあるが、このうち

$a = b = c$ となる組は  通り

$a < b < c$ となる組は  通り

ある。また、 $a, b, c$ の少なくとも2つが同じ数である組は  通りある。

(2) 数の組 $(a, b, c)$ に対して、次のような点数を与えることにする。すなわち

$a = 6, b$ と $c$ は任意 のとき 6点

$a \neq 6, b = 6, c$ は任意 のとき 12点

$a \neq 6, b \neq 6, c = 6$  のとき 18点

$a \neq 6, b \neq 6, c \neq 6$  のとき 0点

このとき

0点となる確率は  $\frac{\text{ケコサ}}{\text{シスセ}}$ , 12点となる確率は  $\frac{\text{ソ}}{\text{タチ}}$

である。また、点数の期待値は  $\frac{\text{ツテ}}{\text{ト}}$  点である。

## 〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2  $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$  に  $-\frac{4}{5}$  と答えたいときは,  $\frac{-4}{5}$  として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば,  $\sqrt{\frac{\text{コ}}{\text{サ}}}$  ,  $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$  に  $4\sqrt{2}$  ,  $\frac{\sqrt{13}}{2}$  と答えるところを,  $2\sqrt{8}$  ,  $\frac{\sqrt{52}}{4}$  のように答えてはいけません。