2007年度

⑥　数　学

(100点　60分)

〈注　意　事　項〉

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　問題は２ページから９ページまでです。全問解答しなさい。

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

4　**解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，監督者の指示に従って，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。**

①　**氏名欄**

氏名・フリガナを**記入**しなさい。

②　**受験番号欄**

受験番号(数字)を**記入**し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。

5　**正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。**

6　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

7　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

数　　学

(全　問　必　答)

第1問　(配点　25)

(1)　関数 $f(x)=\log_2(2x+4)$，$g(x)=\log_2(x-1)+\log_2 x$ に対して，$f(x)=g(x)$ を満たす x の値は

$$x=\boxed{\text{ア}}$$

$f(x)>g(x)$ を満たす x の値の範囲は

$$\boxed{\text{イ}}<x<\boxed{\text{ウ}}$$

である。

(2)　8 個の数字 0，1，2，3，4，5，6，7 のうちの異なる 3 個の数字を用いてできる 3 桁の整数は全部で $\boxed{\text{エオカ}}$ 個できるが，そのうちで，5 の倍数は $\boxed{\text{キク}}$ 個である。

(3)　空間内の二つのベクトル $\vec{u}=(1,\ 3,\ \sqrt{2})$，$\vec{v}=(-2,\ 2,\ 0)$ に対して

$$|\vec{u}|=\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}},\quad \vec{u}\cdot\vec{v}=\boxed{\text{サ}}$$

である。また，$\vec{u}+t\vec{v}$ と $\vec{u}-t\vec{v}$ が直交するような実数 t の値は

$$t=\pm\frac{\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

第2問 (配点　25)

三角形ABCにおいて，AB＝5，AC＝7とする。

(1) 辺BCの長さのとりうる値の範囲は

$$\boxed{\text{ア}} < \mathrm{BC} < \boxed{\text{イウ}}$$

である。

(2) ∠ABCが鋭角であるとき，辺BCの長さのとりうる値の範囲は

$$\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}} < \mathrm{BC} < \boxed{\text{カキ}}$$

である。

(3) BC＝6とする。

$$\cos\angle\mathrm{ABC} = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}},\quad \sin\angle\mathrm{ABC} = \frac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

であるから，三角形ABCの面積をS，内接円の半径をrとすると

$$S = \boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}},\quad r = \frac{\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

(4)　∠ABC が鋭角で，三角形 ABC の外接円の半径が 7 であるとき

$$\angle ABC = \boxed{\text{ツテ}}^\circ$$

であるから，辺 BC の長さは

$$BC = \frac{\boxed{\text{ト}}\sqrt{\boxed{\text{ナ}}} + \boxed{\text{ニ}}\sqrt{\boxed{\text{ヌネ}}}}{\boxed{\text{ノ}}}$$

である。

第3問 (配点　25)

O を原点とする xy 平面上に放物線 $C : y = x^2 - 6x + 18$ がある。

(1) C の頂点を A とすると，A の座標は

$$\mathrm{A}\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}\right)$$

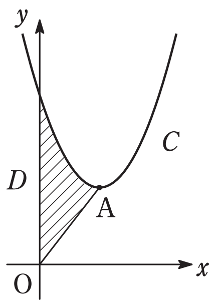

図 ①

であり，直線 OA の方程式は

$$y = \boxed{\text{ウ}}\,x$$

である。したがって，C と線分 OA，および，y 軸で囲まれる領域 D(図①)の面積を S とすると

$$S = \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

(2)　領域 D に内接する長方形 PQRS を考える。ただし，P，S は y 軸上，Q は線分 OA 上，R は C 上にある(図②)。点 Q の x 座標を t とおくと，長方形 PQRS の周の長さ L は

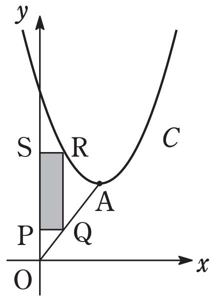

図 ②

$$L = \boxed{キ}\,t^2 - \boxed{クケ}\,t + \boxed{コサ}$$

と表される。したがって，L のとりうる値の範囲は

$$\boxed{シ} < L < \boxed{スセ}$$

である。また，長方形 PQRS の面積は

$$t = \boxed{ソ} - \sqrt{\boxed{タ}}\ \text{で最大値}\ \boxed{チ}\sqrt{\boxed{ツ}}$$

をとる。

第4問 (配点　25)

初項 4，公差 6 の等差数列 $\{a_n\}$ がある。

(1)　この数列の一般項は

$$a_n = \boxed{\text{ア}}\, n - \boxed{\text{イ}}$$

初項から第 n 項までの和を S_n とすると

$$S_n = n\left(\boxed{\text{ウ}}\, n + \boxed{\text{エ}}\right)$$

である。

(2)　数列 $\{a_n\}$ の第 n 項から第 $2n$ 項までの和を T_n とおくと

$$T_1 = a_1 + a_2 = \boxed{\text{オカ}}$$
$$T_2 = a_2 + a_3 + a_4 = \boxed{\text{キク}}$$

であり，数列 $\{T_n\}$ の一般項は

$$T_n = \boxed{\text{ケ}}\, n^2 + \boxed{\text{コ}}\, n - \boxed{\text{サ}}$$

さらに，数列 $\{T_n\}$ の初項から第 n 項までの和は

$$\sum_{k=1}^{n} T_k = \boxed{\text{シ}}\, n^3 + \boxed{\text{ス}}\, n^2 + \boxed{\text{セ}}\, n$$

(3)　数列$\{a_n\}$の第 2 項，第 2^2 項，第 2^3 項，…，第 2^{10} 項の 10 項の和を，正の整数 l，m によって

$$a_2 + a_{2^2} + a_{2^3} + \cdots + a_{2^{10}} = 2^l(2m-1)$$

と表すとき

$$l = \boxed{\text{ソ}},\ m = \boxed{\text{タチツ}}$$

である。