2004年度

④　数　　学

(100点　60分)

〈注　意　事　項〉

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　問題は２ページから５ページまでです。全問解答しなさい。

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

4　**解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，監督者の指示に従って，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。**

①　**氏名欄**

氏名・フリガナを**記入**しなさい。

②　**受験番号欄**

受験番号(数字)を**記入**し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。

5　**正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。**

6　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

7　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

数　　学

(全　問　必　答)

第1問 (配点　25)

(1)　1 から 7 までの 7 個の数から異なる 3 個の数を選ぶとき，それらの積が奇数である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$，和が奇数である確率は $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$，どの 2 個の数字も隣り合わない確率は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(2)　1，$\log_4 ax$，$\log_2 x$ がこの順で等差数列になるとき，$a = \boxed{\text{コ}}$ である。このaに対して，1，$\log_4 ax$，$\dfrac{4}{3}\log_2 x$ がこの順で等比数列になるような x の値は $\boxed{\text{サ}}$ 個あるが，そのうちで最大の値は $x = \boxed{\text{シ}}$ である。

(3)　$a > 0$ とする。放物線 $y = (x - a)(x - a - 1)$ と x 軸で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。さらに，この放物線と x 軸，y 軸で囲まれた部分の面積がこの値に一致するとき，$a = \dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

第２問　(配点　25)

xy 平面上に３点 A (1，2)，B (2，5)，C (4，7) と動点 P (x，y) があり

$$\mathrm{AP}^2 - \mathrm{BP}^2 + \mathrm{CP}^2 = a \quad (a\text{ は実数の定数})$$

を満たすものとする。P が描く図形 S が円であるとき

(1)　定数 a の値の範囲は $a >$ $\boxed{\text{アイ}}$ であり，円 S の

中心の座標は $\left(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}}\right)$，半径は $\sqrt{a - \boxed{\text{オカ}}}$

である。

(2)　３点 A，B，C がすべて S の内部にあるような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{キク}} < a$$

３点 A，B，C がすべて S の外部にあるような a の値の範囲は

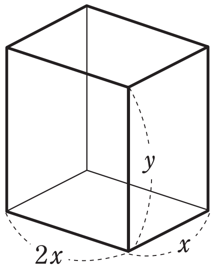
$$\boxed{\text{ケコ}} < a < \boxed{\text{サシ}}$$

である。

(3)　$a = 18$ とする。三角形 BCP の面積の最大値は $\boxed{\text{ス}}$ であり，このときの P の座標は $\left(\boxed{\text{セ}},\ \boxed{\text{ソ}}\right)$ である。

第３問　(配点　25)

図のような，1 つの頂点に集まる辺の長さが



$$x,\ 2x,\ y\ \ (x>0,\ y>0)$$

である直方体において，12 本の辺の長さの和を L，6 個の面の面積の和を S，体積を V とする。

(1)　x，y が $L=28$ を満たしながら変化するとき，S は

$$x=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\ y=\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

において最大となり，V は

$$x=\frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}},\ y=\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

において最大となる。

(2)　x，y が $S=14$ を満たしながら変化するとき，L は

$$x=\boxed{\text{コ}},\ y=\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

において最小値 $\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ をとる。

第4問 (配点 25)

四面体 OABC において

$$\mathrm{OA}=1,\ \mathrm{OB}=2,\ \mathrm{OC}=3,\ \angle\mathrm{AOB}=\angle\mathrm{BOC}=60^\circ,\ \angle\mathrm{COA}=90^\circ$$

であるとする。この四面体を，O が原点，A が x 軸上の $x>0$ の部分，B が xy 平面上の $x>0$，$y>0$ の部分にあるように xyz 空間におく。

(1) A，B の座標は

$$\mathrm{A}\left(\boxed{\text{ア}},\ 0,\ 0\right),\quad \mathrm{B}\left(\boxed{\text{イ}},\ \sqrt{\boxed{\text{ウ}}},\ 0\right)$$

である。

(2) C の座標は

$$\left(\boxed{\text{エ}},\ \sqrt{\boxed{\text{オ}}},\ \pm\sqrt{\boxed{\text{カ}}}\right)$$

である。

(3) 四面体 OABC の体積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。また，この四面体 OABC を平面 $y=1$ で切断するとき，その切り口の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}-\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。