**2004年度**

# ② 数　学

**(100点　60分)**

〈注　意　事　項〉

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　問題は２ページから６ページまでです。全問解答しなさい。

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

4　**解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，監督者の指示に従って，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。**

①　**受験番号欄**

**受験番号**(数字)を**記入**し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。

②　**氏名欄**

**氏名・フリガナ**を**記入**しなさい。

5　**正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。**

6　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

7　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

# 数　　学

## (全　問　必　答)

## 第1問 (配点　25)

(1)　方程式 $x^2-3x+5=0$ の2解を $\alpha$，$\beta$ とするとき

$$\alpha+\beta+\alpha\beta=\boxed{\text{ア}}$$

であり，$\alpha+2\beta$，$2\alpha+\beta$ を2解にもつ2次方程式は

$$x^2-\boxed{\text{イ}}\,x+\boxed{\text{ウエ}}=0$$

である。

(2)　1番から5番までの番号がつけられた5個のボールを3つの箱A，B，Cに入れる。このとき，1個のボールも入らない箱があってもよいものとすると，入れ方は全部で $\boxed{\text{オカキ}}$ 通りである。また，どの箱にも少なくとも1つのボールを入れるとすると，入れ方は全部で $\boxed{\text{クケコ}}$ 通りである。

(3)　$0°<\theta<90°$ とする。$\log_2\dfrac{1}{\sin\theta}+\log_2\dfrac{1}{\cos\theta}=2$ が成り立つとき

$$\theta=\boxed{\text{サシ}}^\circ \quad \text{または} \quad \theta=\boxed{\text{スセ}}^\circ$$

である。ただし，$\boxed{\text{サシ}}<\boxed{\text{スセ}}$ とする。

(4) 数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = -1$, $a_2 = 1$, $a_{n+2} = 2a_n + 1$ ( $n = 1, 2, 3, \cdots$ ) によって定義されている。このとき，

$$a_{19} = -\boxed{\text{ソ}}, \quad a_{20} = \boxed{\text{タチツテ}}$$

であり，この数列の初項から第 20 項までの和は $\boxed{\text{トナニヌ}}$ である。

## 第2問 (配点 25)

三角形 ABC において，$BC = 7$，$CA = 4\sqrt{5}$，$AB = 3$ とする。B から辺 CA に引いた垂線と辺 CA の交点を H，BH の延長が三角形 ABC の外接円と交わる点を D とする。

(1) $\cos\angle BAC = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$，$\sin\angle BAC = \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(2) 三角形 ABC の外接円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(3) 線分 BH，HD の長さは，それぞれ $BH = \boxed{\text{ク}}$，$HD = \dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

(4) 四角形 ABCD の面積を $S$ とすると $S = \boxed{\text{シス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$ である。

## 第３問　(配点　25)

関数 $f(x) = 3x^2 + ax + b$ について

$$a = \int_{-1}^{1} f(x)dx,\quad b = \int_{-1}^{1} x f'(x)dx$$

が成り立っている。

(1)　$a =$ $\boxed{アイ}$，$b =$ $\boxed{ウ}$ である。

(2)　曲線 $y = f(x)$ 上の点 P $(p,\ f(p))$ $(p > 0)$ における接線が原点 O を通るとき，

$$p = \frac{\boxed{エ}\sqrt{\boxed{オ}}}{\boxed{カ}}$$ であり，

接線の傾きは $\boxed{キ}\sqrt{\boxed{ク}} + \boxed{ケコ}$ である。

(3)　曲線 $y = f(x)$，直線 OP，$y$ 軸で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{サ}\sqrt{\boxed{シ}}}{\boxed{ス}}$ である。

## 第4問 (配点　25)

三角形 OAB において，AB を 3：2 に内分する点を C，OC を 5：7 に内分する点を D とすると

$$\overrightarrow{OC} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OD} = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\overrightarrow{OB}$$

である。辺 OA，OB 上に点 P，Q をとり

$$\overrightarrow{OP} = p\overrightarrow{OA},\ \overrightarrow{OQ} = q\overrightarrow{OB}\ (0 < p < 1,\ 0 < q < 1)$$

とおく。線分 PQ が点 D を通るとき

$$\frac{2}{p} + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{q} = \boxed{\text{コサ}} \quad \cdots\cdots \text{①}$$

が成り立つ。さらに，OP と OQ を 2 辺とする平行四辺形 $T$ の残りの頂点が辺 AB 上にあるとき

$$p + q = \boxed{\text{シ}} \quad \cdots\cdots \text{②}$$

が成り立つ。①と②を満たす $p$，$q$ の組は 2 組あるが，そのうち，平行四辺形 $T$ の面積が大きいのは

$$(p,\ q) = \left(\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}},\ \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\right)$$

であり，このとき，平行四辺形 $T$ の面積は三角形 OAB の面積の $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ 倍である。