

2017年度

⑤ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから6ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全 問 必 答)

第1問 (配点 25)

- (1) 正の実数 a, b が $a^2 = 7 + 4\sqrt{3}$, $b^2 = 7 - 4\sqrt{3}$ を満たすとき,

$$a + b = \boxed{\text{ア}}, \quad \sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{\boxed{\text{イ}}}$$

である。

- (2) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ において, $3\sin \theta = 2\cos \theta + 2$ が成り立つとき,

$$\cos \theta = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}, \quad \tan \theta = \frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

- (3) $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n + 4n - 2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定義された数列 $\{a_n\}$ について, その一般項は

$$a_n = \boxed{\text{ケ}} n^2 - \boxed{\text{コ}} n + \boxed{\text{サ}}$$

である。また, $a_n > 2000$ を満たす最小の自然数 n の値は

$$n = \boxed{\text{シス}}$$

である。

第2問 (配点 25)

赤玉 6 個と白玉 3 個が入っている袋の中から無作為に玉を 1 個ずつ取り出す操作を続ける。ただし、取り出した玉は袋に戻さないものとする。

(1) 玉を 2 個取り出すとき、2 個とも赤玉である確率は $\frac{\text{ア}}{\text{イウ}}$ であり、赤玉と白

玉が 1 個ずつとなる確率は $\frac{\text{エ}}{\text{オ}}$ である。

(2) 玉を 4 個取り出すとき、赤玉と白玉を交互に取り出す確率は $\frac{\text{カ}}{\text{キク}}$ であり、

赤玉と白玉が 2 個ずつとなる確率は $\frac{\text{ケ}}{\text{コサ}}$ である。

(3) 白玉が先に袋の中になくなる確率は $\frac{\text{シ}}{\text{ス}}$ である。

(4) 白玉が先に袋の中になくなったとき、袋の中にはちょうど 3 個の赤玉が残ってい

た。このとき、1 回目に赤玉を取り出した確率は $\frac{\text{セ}}{\text{ソ}}$ である。

第3問 (配点 25)

座標空間内に平行四辺形 ABCD があり、頂点 A, B, C の座標は

$$A(1, 2, 3), \quad B(3, 4, 2), \quad C(4, 2, 9)$$

である。

(1) 頂点 D の座標は

$$D(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}}, \boxed{\text{ウエ}})$$

であり、ベクトル \overline{AB} と \overline{AD} の内積 $\overline{AB} \cdot \overline{AD}$ の値は

$$\overline{AB} \cdot \overline{AD} = \boxed{\text{オカ}}$$

である。したがって、平行四辺形 ABCD の面積を S とおくと、

$$S = \boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

(2) 対角線 AC を 2 : 1 に内分する点を E とおくと、点 E の座標は

$$E \left(\boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{コ}}, \boxed{\text{サ}} \right)$$

である。点 E で平面 ABD に垂線を立て、その直線上の点を F とおく。

$\vec{EF} = (a, b, c)$ とおくと、

$$\vec{EF} \perp \vec{AB} \quad \text{より} \quad \boxed{\text{シ}}a + \boxed{\text{ス}}b - c = 0$$

$$\vec{EF} \perp \vec{AD} \quad \text{より} \quad a - \boxed{\text{セ}}b + \boxed{\text{ソ}}c = 0$$

したがって、 $a = 4$ のとき、四角錐 F-ABCD の体積を V とおくと、

$$V = \boxed{\text{タチ}}$$

である。

第4問 (配点 25)

関数 $f(x)$ と実数の定数 a, b が

$$\int_0^x f(t)dt - (x-2) \int_0^2 f(t)dt = \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + 2ax + b \quad \cdots \cdots (*)$$

を満たしている。

(1) $(*)$ において $x = 0, 2$ を代入することにより,

$$b = \boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}} a$$

を得る。

(2) $f(x)$ を x と a で表すと

$$f(x) = \boxed{\text{ウ}} x^3 - \boxed{\text{エ}} x - \boxed{\text{オ}} a + \boxed{\text{カ}}$$

であり, $f(x)$ は $x = \boxed{\text{キク}}$ のとき極大値をとり, $x = \boxed{\text{ケ}}$ のとき極小値をとる。

(3) 曲線 $C: y = f(x)$ 上の点 $(2, f(2))$ における接線 l の方程式は

$$y = \boxed{\text{コサ}} x - \boxed{\text{シ}} a - \boxed{\text{スセ}}$$

であり, 曲線 C と接線 l で囲まれた図形の面積を S とおくと,

$$S = \boxed{\text{ソタチ}}$$

である。

〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 キク / ケ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, コ $\sqrt{\text{サ}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。