

2015年度

⑤ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから8ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
  - ① 氏名欄  
氏名・フリガナを記入しなさい。
  - ② 受験番号欄  
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

# 数 学

(全 問 必 答)

## 第1問 (配点 25)

(1)  $a, b, c$  を定数とする。

$$\frac{7x+3}{x(x+1)^2} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{(x+1)^2}$$

が  $x$  についての恒等式であるとき

$$a = \boxed{\text{ア}}, b = \boxed{\text{イウ}}, c = \boxed{\text{エ}}$$

である。

(2) 2直線  $2x + 3y - 7 = 0$ ,  $ax - (a-1)y - 4 = 0$  が垂直に交わる時、定数  $a$  の値は

$$a = \boxed{\text{オ}}$$

であり、交点の座標は  $(\boxed{\text{カ}}, \boxed{\text{キ}})$  である。

(3)  $0^\circ < \theta < 90^\circ$  とする。相加平均と相乗平均の大小関係より

$$4\tan\theta + \frac{5}{\tan\theta} \geq \boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$$

が成り立つ。ここで等号が成り立つとき

$$\sin\theta = \frac{\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}, \cos\theta = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

(4) 2つの数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  について,  $\{a_n\}$  は  $\{b_n\}$  の階差数列であり,

$$b_1 = 3, b_2 = 9, b_3 = 33$$

とする。数列  $\{a_n\}$  が等比数列であるとき,

$$a_n = \boxed{\text{セ}} \cdot \boxed{\text{ソ}}^{n-1}, b_n = \boxed{\text{タ}} \cdot \boxed{\text{チ}}^{n-1} + \boxed{\text{ツ}}$$

である。

## 第2問 (配点 25)

2つの関数

$$f(x) = \log_2(x-1) + \log_2(9-x), \quad g(x) = \log_2 x + \log_2 a$$

を考える。ただし、 $a$  は正の定数である。

(1)  $f(x)$  について、真数条件より

$$\boxed{\text{ア}} < x < \boxed{\text{イ}}$$

であり、 $f(x)$  は

$$x = \boxed{\text{ウ}} \text{ のとき最大値 } \boxed{\text{エ}}$$

をとる。また、 $f(x) = 0$  を満たす  $x$  の値は

$$x = \boxed{\text{オ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{カキ}}}$$

である。

(2)  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  のグラフが共有点  $(2, p)$  をもつとき、定数  $p, a$  の値は

$$p = \log_2 \boxed{\text{ク}}, \quad a = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

であり、2つのグラフのもうひとつの交点の座標は

$$\left( \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}, \log_2 \boxed{\text{スセ}} - \boxed{\text{ソ}} \right)$$

である。

(3)  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  のグラフが共有点をもつ  $a$  の値の範囲は

$$\boxed{\text{タ}} < a \leq \boxed{\text{チ}}$$

である。

### 第3問 (配点 25)

関数  $f(x)$  が

$$f(x) = 6x^2 + x \int_0^1 f(t) dt + a \quad (a \text{ は定数})$$

を満たすとする。

(1)  $\int_0^1 f(t) dt = b$  とおくと

$$b = \boxed{\text{ア}} a + \boxed{\text{イ}}$$

であり、 $f(x)$  の導関数は

$$f'(x) = \boxed{\text{ウエ}} x + \boxed{\text{オ}} a + \boxed{\text{カ}}$$

である。

(2)  $a \neq 0$  とする。 $y = f(x)$  のグラフと直線  $y = 4x$  が接するとき、 $a$  の値と接点 A の座標は

$$a = \boxed{\text{キ}}, \quad A \left( \boxed{\text{クケ}}, \boxed{\text{コサ}} \right)$$

であり、 $y = f(x)$  のグラフと直線  $y = 4x$  および  $y$  軸とで囲まれた図形の面積を  $S$  とおくと

$$S = \boxed{\text{シ}}$$

である。

(3)  $F(x) = x\{f(x) + 2\}$  とおく。関数  $F(x)$  が実数全体で単調増加する定数  $a$  の値の範囲は

$$\boxed{\text{スセ}} \leq a \leq \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

## 第4問 (配点 25)

1, 2, …, 12 と書かれたカードがそれぞれ1枚ずつ合計12枚ある。これらのカードを袋の中に入れ, その中から何枚かのカードを取り出すとする。

(1) 2枚を取り出すとき,

2枚とも偶数のカードを取り出す確率は  $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ ,

偶数のカードと奇数のカードを1枚ずつ取り出す確率は  $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ ,

2つのカードの数字が連続する確率は  $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$

である。

(2) 3枚を取り出すとき,

3枚とも偶数のカードを取り出す確率は  $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ ,

3つのカードの数字が連続する確率は  $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$

である。

(3) 3枚を取り出すとき,

3つのカードの数字が, どの2つも連続しない確率は  $\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$

である。

## 〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2  $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$  に  $-\frac{4}{5}$  と答えたいときは,  $\frac{-4}{5}$  として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば,  $\sqrt{\text{コサ}}$  ,  $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$  に  $4\sqrt{2}$  ,  $\frac{\sqrt{13}}{2}$  と答えるところを,  $2\sqrt{8}$  ,  $\frac{\sqrt{52}}{4}$  のように答えてはいけません。