

2012年度

⑥ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから6ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全 問 必 答)

第1問 (配点 25)

(1) $x = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$, $y = \frac{2}{\sqrt{3}+1}$ のとき

$$x - y = \boxed{\text{ア}}, \quad xy = \boxed{\text{イ}}$$

であり

$$x^3 - x^2y + xy^2 - y^3 = \boxed{\text{ウエ}}$$

である。

(2) x についての不等式 $x^2 - ax - 4 < 0$ の解が $-1 < x < b$ であるとき

$$a = \boxed{\text{オ}}, \quad b = \boxed{\text{カ}}$$

である。

(3) 座標平面上で、中心が直線 $y = 2x$ 上にあり、2点 $(2, 9)$, $(6, 5)$ を通る円の方程式は

$$\left(x - \boxed{\text{キ}}\right)^2 + \left(y - \boxed{\text{ク}}\right)^2 = \boxed{\text{ケコ}}$$

である。

(4) 4次方程式

$$x(x-2)(x-4)(x-6) = 33 \dots\dots (*)$$

において、 $t = x^2 - 6x$ とおくと、

$$t^2 + \boxed{\text{サ}} t - \boxed{\text{シス}} = 0$$

となる。よって、(*) の虚数解は

$$x = \boxed{\text{セ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{ソ}}} i$$

である。

第2問 (配点 25)

$\triangle ABC$ において、 $BC = 3\sqrt{5}$ ， $CA = 4$ ， $AB = 3$ とする。

(1) $\angle BAC = \theta$ とおくと

$$\cos \theta = -\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad \sin \theta = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

であるから、 $\triangle ABC$ の外接円の半径を R ， $\triangle ABC$ の面積を S とおくと

$$R = \frac{\boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キク}}}}{\boxed{\text{ケコ}}}, \quad S = \sqrt{\boxed{\text{サシ}}}$$

である。

(2) $\angle BAC$ の 2 等分線が $\triangle ABC$ の外接円と交わる点を D ($D \neq A$)， AD と BC の交点を E とおく。このとき、

$$BE : EC = \boxed{\text{ス}} : \boxed{\text{セ}}$$

である。また、 $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ソタ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$ であるから、

$$BD = \boxed{\text{ツ}} \sqrt{\boxed{\text{テト}}}$$

であり

$$AE : ED = \boxed{\text{ナ}} : \boxed{\text{ニヌ}}$$

である。

第3問 (配点 25)

1 から 10 までの数が書かれた 10 枚のカードから 3 枚を同時に取り出し、取り出した 3 枚のカードの数を小さい順に a, b, c とする。

- (1) 取り出し方は全部で 通りある。
- (2) $a = 4$ となる取り出し方は 通り、 a, b, c のいずれかが 4 となる取り出し方は 通りある。
- (3) a が b と c の約数となる取り出し方は 通りある。
- (4) a, b, c が

$$b - a \geq 2, c - b \geq 2 \quad \dots\dots (*)$$

を満たすとき、 b は 通りの値をとり、(*)を満たす取り出し方は全部で 通りある。

第4問 (配点 25)

t, x を実数として、関数 $f(t), F(x)$ を

$$f(t) = (t + |t| + 2)(3t - 1), F(x) = \int_0^x f(t) dt$$

と定める。

(1) $f(t)$ を絶対値を使わずに表すと

$$\begin{aligned} t \leq 0 \text{ のとき} \quad f(t) &= \boxed{\text{ア}} t - \boxed{\text{イ}} \\ t \geq 0 \text{ のとき} \quad f(t) &= \boxed{\text{ウ}} t^2 + \boxed{\text{エ}} t - \boxed{\text{オ}} \end{aligned}$$

である。

(2) (1)より、 $F(x)$ は

$$\begin{aligned} x \leq 0 \text{ のとき} \quad F(x) &= \boxed{\text{カ}} x^2 - \boxed{\text{キ}} x \\ x \geq 0 \text{ のとき} \quad F(x) &= \boxed{\text{ク}} x^3 + \boxed{\text{ケ}} x^2 - \boxed{\text{コ}} x \end{aligned}$$

である。

(3) $F(x) - 2 = 0$ を満たす x の値は

$$x = \frac{\boxed{\text{サ}} - \sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}} \quad \text{または} \quad x = \boxed{\text{セ}}$$

である。

(4) 関数 $F(x)$ は $x = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ において、最小値 $-\frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$ をとる。

————— 〈解答上の注意〉 —————

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, $\sqrt{\frac{\text{コ}}{\text{サ}}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。