

2012年度

③ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから6ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全 問 必 答)

第1問 (配点 25)

(1) 不等式 $|12x - 7| < 3$ の解は

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} < x < \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。また、不等式 $|12x - 7| < 3x$ の解は

$$\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}} < x < \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。

(2) $x = 2 + \sqrt{3}i$ のとき

$$x^2 - \boxed{\text{コ}}x + \boxed{\text{サ}} = 0$$

であり

$$x^3 - 3x^2 + 5x + 8 = \boxed{\text{シ}} + \boxed{\text{ス}}\sqrt{3}i$$

である。

(3) $x = \log_3 5$ のとき

$$3^x = \boxed{\text{セ}}, \quad 27^x - 3^{x+2} = \boxed{\text{ソタ}}$$

である。

(4) 初項 $a_1 = 86$, 公差 -4 の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = \boxed{\text{チツ}} n + \boxed{\text{テト}}$$

であり, 初項から第 n 項までの和 S_n は

$$S_n = \boxed{\text{ナニ}} n^2 + \boxed{\text{ヌネ}} n$$

である。

第2問 (配点 25)

2つの2次方程式

$$x^2 - 2(a-2)x + 4 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}, \quad x^2 - ax - 3a + 16 = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

を考える。ただし、 a は実数の定数である。

- (1) 方程式①が異なる2つの実数解をもつ a の値の範囲は

$$a < \boxed{\text{ア}}, \quad \boxed{\text{イ}} < a$$

である。また、 $a > 0$ とし、①の2つの解の差が $2\sqrt{5}$ のとき

$$a = \boxed{\text{ウ}}$$

である。

- (2) 方程式②が正の解と負の解をもつ a の値の範囲は

$$a > \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

のときである。また、方程式②が異なる2つの正の解をもつ a の値の範囲は

$$\boxed{\text{キ}} < a < \frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

- (3) ①と②が同じ解 α をもつとき

$$(a, \alpha) = \left(\boxed{\text{サ}}, \boxed{\text{シ}} \right), \quad \left(\frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}, \boxed{\text{タ}} \right)$$

である。

第3問 (配点 25)

7個の数字1, 1, 1, 2, 2, 3, 4がある。

(1) 7個の数字の並べ方は全部で

アイウ

 通りある。このうち、

(i) 3個の1がひとかたまりになる並べ方は

エオ

 通りである。

(ii) 3個の1が、どの2個もととなり合わない並べ方は

カキク

 通りである。

(2) 7個から4個の数字を取り出すとき、

(i) 1を3個取り出す確率は $\frac{\text{ケ}}{\text{コサ}}$ である。また、1を1個取り出す確率は

$\frac{\text{シス}}{\text{セソ}}$ である。

(ii) 取り出した1の個数の期待値は $\frac{\text{タチ}}{\text{ツ}}$ である。

第4問 (配点 25)

2次関数

$$f(x) = 3x^2 - 6(a+1)x + 12a$$

のグラフを $C: y = f(x)$ とおく。ただし、 a は $0 < a < 1$ を満たす定数である。

(1) C と x 軸との交点の座標は

$$\left(\boxed{\text{ア}}, 0 \right), \left(\boxed{\text{イ}}, 0 \right)$$

である。

(2) C と x 軸、 y 軸で囲まれた部分の面積を S_1 とおくと

$$S_1 = \boxed{\text{ウエ}} a^3 + \boxed{\text{オカ}} a^2$$

C と x 軸で囲まれた部分の面積を S_2 とおくと

$$S_2 = \boxed{\text{キ}} \left(\boxed{\text{ク}} - a \right)^3$$

である。

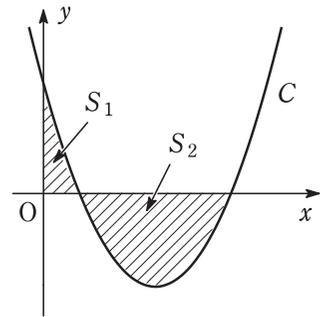
(3) (2)の S_1 , S_2 に対して、 $S_1 = S_2$ となる a の値は

$$a = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

$S_1 + S_2$ が最小となる a の値は

$$a = \frac{\boxed{\text{サ}} - \sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。



〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, $\sqrt{\text{コサ}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。