

2010年度

④ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから6ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全問必答)

第1問 (配点 25)

- (1) 2次関数 $y = ax^2 - 4ax + b$ が $0 \leq x \leq 6$ において最大値 6, 最小値 -2 をとるとき

$$a = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, b = \boxed{\text{ウ}}$$

または

$$a = -\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}, b = \boxed{\text{カ}}$$

である。

- (2) 座標平面上に 3 点 $A(-3, 1)$, $B(-1, 5)$, $C(7, -3)$ がある。三角形 ABC の重心の座標は

$$\left(\boxed{\text{キ}}, \boxed{\text{ク}} \right)$$

であり, 三角形 ABC の面積は $\boxed{\text{ケコ}}$ である。

- (3) $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。 3^{20} は $\boxed{\text{サシ}}$ 桁の数であり, その一の位の数字は $\boxed{\text{ス}}$ である。

(4) 初項 6, 公差 4 の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を a_n とおくと

$$a_n = \boxed{\text{セ}}n + \boxed{\text{ソ}}$$

初項から第 n 項までの和を S_n とおくと

$$S_n = \boxed{\text{タ}}n^2 + \boxed{\text{チ}}n$$

である。

第2問 (配点 25)

二つの3次関数

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x + 3$$

$$g(x) = x^3 - 6x^2 + 25$$

を考える。

(1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x) = \boxed{\text{ア}} x^2 - \boxed{\text{イ}} x + \boxed{\text{ウ}}$$

曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(1, f(1))$ における接線の方程式は

$$y = \boxed{\text{エ}} x + \boxed{\text{オ}}$$

である。

(2) $g(x)$ は

$$x = \boxed{\text{カ}} \text{ において極大値 } \boxed{\text{キク}}$$

$$x = \boxed{\text{ケ}} \text{ において極小値 } \boxed{\text{コサ}}$$

をとる。

(3) 2曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ の交点の x 座標は

$$x = -\frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}} \text{ および } x = \boxed{\text{ソ}}$$

であり、2曲線で囲まれる部分の面積を S とおくと

$$S = \frac{1}{\boxed{\text{タ}}} \left(\frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \right)^3$$

である。

第3問 (配点 25)

集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ を考える。

- (1) U から異なる 3 個の数を選び出すとき、選び方の総数は アイ 通りである。

このうち

和が偶数であるものは ウエ 通り

積が偶数であるものは オカ 通り

である。

- (2) U から 1 個の数を選び出しその数を a_1 とおく。次に、残りの 8 個の中から 1 個の数を選び出しその数を a_2 とおく。さらに、残りの 7 個の中から 1 個の数を選び出しその数を a_3 とおく。このとき

$$a_1 \text{ が奇数である確率は } \frac{\text{キ}}{\text{ク}}$$

$$a_1, a_2 \text{ がともに奇数である確率は } \frac{\text{ケ}}{\text{コサ}}$$

また、値 X を

$$a_1 a_2 a_3 \text{ が奇数のとき } X = a_1 a_2 a_3$$

$$a_1 a_2 a_3 \text{ が偶数のとき } X = 0$$

と定めたとき、 X の期待値は $\frac{\text{シスセ}}{\text{ソタ}}$ である。

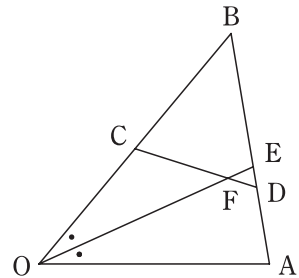
第4問 (配点 25)

$OA = 3$, $OB = 4$ を満たす三角形 OAB において $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$ とおく。辺 OB の中点を C , 辺 AB を $1:2$ に内分する点を D とおくと

$$\vec{OC} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \vec{b}$$

$$\vec{OD} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \vec{b}$$

である。次に、 $\angle AOB$ の二等分線が辺 AB と交わる点を E とおくと



$$\vec{OE} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \vec{b}$$

であり、線分 CD と線分 OE の交点を F とおくと

$$\vec{CF} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \vec{CD}, \vec{OF} = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \vec{OE}$$

である。さらに、 $OA \perp AB$ のとき、 \vec{a} と \vec{b} の内積は

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{ソ}}$$

となり、線分 OF の長さは

$$OF = \frac{\boxed{\text{タ}} \sqrt{\boxed{\text{チツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

である。

————— 〈解答上の注意〉 —————

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, $\frac{\sqrt{\text{コサ}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。