

2009年度

④ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから6ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全 問 必 答)

第1問 (配点 40)

- (1) 2次方程式 $x(x-3) = 2$ の解は

$$x = \frac{\boxed{\text{ア}} \pm \sqrt{\boxed{\text{イウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

方程式 $|x(x-3)| = 2$ を満たす x の正の解は $\boxed{\text{オ}}$ 個ある。

- (2) 2次関数 $f(x) = 3x^2 - 8x - 4$ のグラフ $y = f(x)$ の頂点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}, -\frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \right)$$

である。また、不等式 $f(x) < 0$ を満たす整数 x の値は $\boxed{\text{サ}}$ 個ある。

- (3) 円 $C: x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$ の中心を A 、半径を r とすると

$$A \left(\boxed{\text{シ}}, \boxed{\text{ス}} \right), r = \boxed{\text{セ}}$$

である。また、円 $(x-a)^2 + (y-a)^2 = a^2$ ($a \neq 0$) が C と外接するとき

$$a = \boxed{\text{ソタ}}$$

である。

(4) 方程式 $2\log_2(x-4) - \log_2(x+8) = 1$ において、真数条件より

$$x > \boxed{\text{チ}}$$

であるから、求める x の値は

$$x = \boxed{\text{ツテ}}$$

である。

(5) 初項 4、公比 3 の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = \boxed{\text{ト}} \cdot \boxed{\text{ナ}}^{n-1}$$

である。また、 $b_1 = 3$ 、 $b_{n+1} = 3b_n + 2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定義された数列 $\{b_n\}$ の一般項は

$$b_n = \boxed{\text{ニ}} \cdot \boxed{\text{ヌ}}^{n-1} - \boxed{\text{ネ}}$$

である。

(6) 平面上に 3 点 O, A, B があり

$$|\vec{OA}| = 2, \quad |\vec{OB}| = 3, \quad |\vec{OA} + \vec{OB}| = 4$$

を満たすとする。このとき

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}, \quad |\vec{AB}| = \sqrt{\boxed{\text{ヒフ}}}$$

である。ここで、 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ は \vec{OA} と \vec{OB} の内積を表す。

第2問 (配点 20)

xy 平面上で、直線 $l: y = ax - a - 1$ と放物線 $C: y = x^2 - 4x + 6$ を考える。

(1) l は a の値によらない定点 (,) を通る。

(2) l と C が共有点をもつとき、 a のとり得る値の範囲は

$$a \leq \text{ } , \text{ } \leq a$$

である。

(3) $a > 0$ とする。 l が C に接するとき、 a の値と接点 P の座標は

$$a = \text{ } , P (\text{ } , \text{ })$$

l と C および y 軸で囲まれた部分の面積を S とおくと

$$S = \text{ }$$

である。

第3問 (配点 20)

$0 \leq x \leq \pi$ において、三つの関数 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$

$$f(x) = \sin 2x - \cos x$$

$$g(x) = \cos 2x + 2 \cos x + 2$$

$$h(x) = \sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x + 4$$

を考える。

- (1) 方程式 $f(x) = 0$ を満たす x の値を小さい順に並べると

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \pi, \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \pi, \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \pi$$

である。

- (2) 関数 $g(x)$ は

$$x = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \pi$$

において、最小値 $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ をとる。

- (3) 関数 $h(x)$ は

$$x = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}} \pi$$

において、最小値 $\boxed{\text{セ}}$ をとる。

第4問 (配点 20)

12個の数1, 2, 3, …, 12の中から異なる3個の数の組を取り出す。

(1) すべての取り出し方は **アイウ** 通りあり、この中で5が取り出されるのは **エオ** 通り、5と10がともに取り出されるのは **カキ** 通りある。

(2) 取り出した3個の数と、それに対する得点を

3個とも5の倍数でない数	0点
5と5の倍数でない2個の数	5点
10と5の倍数でない2個の数	10点
5, 10と5の倍数でない1個の数	15点

のように定める。このとき、得点が0点である確率は $\frac{\text{ク}}{\text{ケコ}}$ であり、得点

の期待値は $\frac{\text{サシ}}{\text{ス}}$ である。

————— 〈解答上の注意〉 —————

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, $\sqrt{\text{コサ}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。