2009年度

⑥　数　　学

（100点　60分）

〈注　意　事　項〉

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　問題は2ページから7ページまでです。全問解答しなさい。

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

4　**解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，監督者の指示に従って，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。**

①　**氏名欄**

氏名・フリガナを**記入**しなさい。

②　**受験番号欄**

受験番号(数字)を**記入**し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。

5　**正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。**

6　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

7　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解答上の注意〉

解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。

数　　学

（全　問　必　答）

第1問　（配点　25）

(1)　関数 $f(x) = x^2 - 2x + m - 7 \ (0 \leqq x \leqq 3)$ に対して

最小値が 0 以上となる m の範囲は $m \geqq \boxed{\text{ア}}$

であり

最大値が 0 以下となる m の範囲は $m \leqq \boxed{\text{イ}}$

である。

(2)　$9\sin^2\theta + 18\cos\theta - 17 = 0$，$\sin\theta > 0$ が成り立つとき

$$\cos\theta = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}, \quad \sin\theta = \frac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

(3)　半径 2 の円を C とする。C に内接する正三角形の面積を S，C に外接する正六角形の面積を T とすると

$$S = \boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}, \quad T = \boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

(4)　座標平面上の 3 点 A(4, 1), B(2, 5), C(6, 3) に対して

$$\overrightarrow{OC} = \frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}\overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}\overrightarrow{OB}$$

である。また, $k\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$ と $\overrightarrow{OC}$ の内積が 0 となるとき $k = \boxed{ソ}$ である。

第2問 （配点　25）

赤球1個，白球2個を袋の中に入れる。この袋の中から1個の球を取り出し，色を確認してもとの袋の中に戻すという試行を繰り返す。

(1)　4回の試行を行うとする。

1回目，3回目に赤球，2回目，4回目に白球を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ であり，赤球を2回，白球を2回を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

(2)　6回の試行を行うとする。

白球を取り出す回数が2回以下である確率は $\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケコサ}}}$ であり，白球を少なくとも1回取り出す確率は $\dfrac{\boxed{\text{シスセ}}}{\boxed{\text{ソタチ}}}$ である。

(3)　n 回目にはじめて白球を取り出す確率が $\dfrac{1}{1000}$ 以下となる最小の正の整数 n は $\boxed{\text{ツ}}$ である。

第3問 （配点　25）

a，b を定数とし，関数 $f(x)$，$F(x)$ を

$$f(x) = x^2 - 3x + a,\quad F(x) = \int_0^x f(t)\,dt + b$$

と定める。さらに，$F(x)$ は $x = -1$ で極大値をとるものとする。

(1)　導関数 $F'(x)$ は $F'(x) = f(x)$ を満たすから

$$a = \boxed{\text{アイ}}$$

が成り立つ。したがって，$F(x)$ は $x = \boxed{\text{ウ}}$ で極小値をとることがわかる。

(2)　曲線 $y = f(x)$ と x 軸とで囲まれた部分の面積を S とおくと

$$S = \frac{\boxed{\text{エオカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

(3)　3次関数 $F(x)$ は

$$F(x) = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}x^3 - \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}x^2 - \boxed{\text{シ}}\,x + b$$

である。方程式 $F(x) = 0$ が相異なる3個の実数解をもつ b の値の範囲は

$$-\frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}} < b < \frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。

第4問 （配点　25）

数列 $\{a_n\}$ は，初項 1，公差 8 の等差数列である。

(1)　一般項 a_n は

$$a_n = \boxed{\text{ア}}\,n - \boxed{\text{イ}}$$

初項から第 n 項までの和 S_n は

$$S_n = \boxed{\text{ウ}}\,n^2 - \boxed{\text{エ}}\,n$$

である。

(2)　数列 $\{na_n\}$ の初項から第 n 項までの和 T_n，すなわち

$$T_n = a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + na_n$$

を n の式で表すと

$$T_n = \frac{\boxed{\text{オカ}}\,n^3 + \boxed{\text{キ}}\,n^2 - \boxed{\text{クケ}}\,n}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

(3)　数列 $\left\{\dfrac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$ の初項から第 n 項までの和 U_n，すなわち

$$U_n = \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + \cdots + \frac{1}{a_n a_{n+1}}$$

を n の式で表すと

$$U_n = \frac{n}{\boxed{\quad サ \quad}\,n + \boxed{\quad シ \quad}}$$

である。

〈解答上の注意〉

1　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号(−，±)，数字(0〜9)が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1　$\boxed{\text{アイウ}}$ に−83と答えたいとき

ア	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9
ウ	−	±	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9

2　分数形で解答する場合は，既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例2　$\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として

キ	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ク	−	±	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9
ケ	−	±	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9

3　根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$，$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ に $4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。