

2008年度

③ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから6ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全 問 必 答)

第 1 問 (配点 25)

- (1) 連立不等式 $4x - 7 < 2$, $15 - 10x < 3$ の x の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} < x < \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

また, 連立不等式 $|4x - 7| < 2$, $|15 - 10x| < 3$ の x の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} < x < \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

- (2) 100 円玉を 4 枚, 500 円玉を 1 枚, 計 5 枚を同時に投げるとき, 100 円玉の 2 枚

は表, 残りの 2 枚は裏, 500 円玉は表となる確率は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である。また, 100

円玉の表になる枚数の方が, 500 円玉の表になる枚数より多い確率は $\frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$

である。

(3) 関数 $f(x) = 4\cos 2x + 2\sin x - 3$ に対して

$$f(x) = \boxed{\text{タチ}} \sin^2 x + \boxed{\text{ツ}} \sin x + \boxed{\text{テ}}$$

であり、 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲で $f(x) = 0$ を満たす x の値は

$$x = \frac{\pi}{\boxed{\text{ト}}}$$

である。

(4) 円 $C: x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0$ の中心の座標を A 、半径を r とおくと

$$A(\boxed{\text{ナ}}, \boxed{\text{ニ}}), r = \boxed{\text{ヌ}}$$

であり、原点 O から円 C に引いた接線の接点の一つを H とすると

$$OH = \sqrt{\boxed{\text{ネノ}}}$$

である。

第2問 (配点 25)

x, y についての連立方程式

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 \cdots \cdots \textcircled{1}, \quad \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 3 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

を考える。

(1) ①において、 $xy \neq 0$ の条件の下で

$$x + y = \boxed{\text{ア}} xy \cdots \cdots \textcircled{3}$$

となる。次に、②より

$$(x + y)^2 = \boxed{\text{イ}} (xy)^2 + \boxed{\text{ウ}} xy \cdots \cdots \textcircled{4}$$

③, ④において $x + y$ を消去すると

$$xy \left(xy - \boxed{\text{エ}} \right) = 0 \cdots \cdots \textcircled{5}$$

$xy \neq 0$ であるから、①, ⑤より

$$x + y = \boxed{\text{オ}}, \quad xy = \boxed{\text{カ}}$$

$x > y$ とすると

$$x = \boxed{\text{キ}} + \sqrt{\boxed{\text{ク}}}, \quad y = \boxed{\text{ケ}} - \sqrt{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

(2) $\frac{x^4 + y^4}{x^3 + y^3}, \frac{x^4 - y^4}{x^3 - y^3}$ の式の値は

$$\frac{x^4 + y^4}{x^3 + y^3} = \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}, \quad \frac{x^4 - y^4}{x^3 - y^3} = \frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

第3問 (配点 25)

三つの関数

$$f(x) = (x-3)^2, \quad g(x) = 2x, \quad h(x) = f(x)g(x)$$

を考える。

- (1) $f(x) = g(x)$ を満たす x の値は

$$x = \boxed{\text{ア}} \pm \sqrt{\boxed{\text{イ}}}$$

であり、二つの曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ によって囲まれた部分の面積を S とおくと

$$S = \frac{\boxed{\text{ウエ}} \sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

- (2) $h(x) = f(x)g(x)$ を展開すると

$$h(x) = 2x^3 - \boxed{\text{キク}}x^2 + \boxed{\text{ケコ}}x$$

となり、 $h(x)$ の導関数は

$$h'(x) = \boxed{\text{サ}}(x^2 - \boxed{\text{シ}}x + \boxed{\text{ス}})$$

となる。したがって、 $h(x)$ 極値は

$$\text{極大値 } h(\boxed{\text{セ}}) = \boxed{\text{ソ}}$$

$$\text{極小値 } h(\boxed{\text{タ}}) = \boxed{\text{チ}}$$

そして、 $h(x)$ の $0 \leq x \leq a$ における最大値が 8 となる定数 a の値の範囲は

$$\boxed{\text{ツ}} \leq a \leq \boxed{\text{テ}}$$

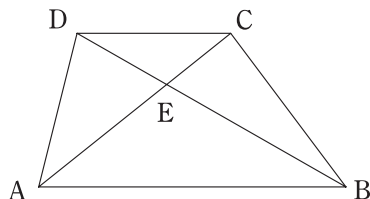
である。

第4問 (配点 25)

台形 ABCD があり, $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$ が成り立ち, AC と BD の交点を E とおく。平面上のベクトルを $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ とすると

$$\overrightarrow{AC} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \vec{a} + \vec{b}$$

$$\overrightarrow{AE} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \vec{b}$$



ここで, $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$ (内積) であるとする。 $\angle BAD = \theta$ とおくと

$$\cos \theta = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}, \quad \sin \theta = \frac{\boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

であるから, 台形 ABCD の面積は

$$(\text{台形 ABCD}) = \boxed{\text{シ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$$

さらに, 線分 BD, AE の長さは

$$BD = \boxed{\text{セ}}, \quad AE = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ソタ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, $\sqrt{\text{コサ}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。