

2022年度

⑥ 数 学

(100点 60分)

〈注 意 事 項〉

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから7ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解 答 上 の 注 意〉

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全 問 必 答)

第1問 (配点 25)

- (1) $\sqrt{5} + 1$ の整数部分を a ，小数部分を b とおくと，

$$b = \sqrt{\boxed{\text{ア}}} - \boxed{\text{イ}}$$

であり，

$$a^2 + b^2 + ab + a + b = \boxed{\text{ウエ}}$$

である。

- (2) a を実数の定数とする。2つの方程式

$$x^2 - 2ax - 3a + 4 = 0, \quad x^2 - 2ax + 2a^2 - 2a - 3 = 0$$

が，ともに実数解をもつ a の値の範囲は

$$\boxed{\text{オ}} \leq a \leq \boxed{\text{カ}}$$

である。

- (3) 1 から 6 までの 6 個の数字から異なる 3 個の数字を並べ 3 桁の整数をつくる。こ

のとき，つくられた整数が 2 の倍数である確率は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ ，3 の倍数である確率

は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

第2問 (配点 25)

(1) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ とする。関数 $f(\theta) = 2\cos\theta + \frac{4}{1+2\cos\theta}$ は

$$\theta = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \pi \text{ のとき, 最小値 } \boxed{\text{ウ}}$$

をとる。

(2) a, b を実数の定数とする。 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{a + bx - 2x^2}{2 - x} = 5$ が成り立つとき,

$$a = \boxed{\text{エ}}, b = \boxed{\text{オ}}$$

である。

(3) $\triangle ABC$ で $AB = 2\sqrt{2}$, $BC = \sqrt{5}$, $CA = 1$ が成り立つとする。 \overrightarrow{AB} と \overrightarrow{AC} の内積の値は

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \boxed{\text{カ}}$$

である。また、 $\triangle ABC$ の重心を G とおくと,

$$|\overrightarrow{BG}| = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

第3問 (配点 25)

数列 $\{a_n\}$ は等差数列で、その初項から第5項までの和は65、第6項から第10項までの和は165である。また、数列 $\{b_n\}$ は実数の項をもつ等比数列で、 $b_2 = 6$ 、 $b_5 = 162$ である。

(1) 数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ の初項は

$$a_1 = \boxed{\text{ア}}, \quad b_1 = \boxed{\text{イ}}$$

であり、一般項は

$$a_n = \boxed{\text{ウ}}n + \boxed{\text{エ}},$$
$$b_n = \boxed{\text{オ}} \cdot \boxed{\text{カ}}^{n-1}$$

である。

(2) 数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和は

$$\sum_{k=1}^n a_k = \boxed{\text{キ}}n^2 + \boxed{\text{ク}}n,$$
$$\sum_{k=1}^n b_k = \boxed{\text{ケ}}^n - \boxed{\text{コ}}$$

である。

(3) 数列 $\{a_n b_n\}$ の初項から第 n 項までの和は

$$\sum_{k=1}^n a_k b_k = \left(\boxed{\text{サ}}n - \boxed{\text{シ}} \right) \cdot \boxed{\text{ス}}^n + \boxed{\text{セ}}$$

である。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次に続く。

第4問 (配点 25)

3次関数 $f(x) = -x^3 + 4x^2$ があり, $y = f(x)$ のグラフを C とする。

(1) 関数 $f(x)$ は $x = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ で極大値をとり, $x = \boxed{\text{ウ}}$ で極小値をとる。

(2) C 上の点 $(t, f(t))$ における接線の方程式は

$$y = \left(\boxed{\text{エオ}} t^2 + \boxed{\text{カ}} t \right) x + \boxed{\text{キ}} t^3 - \boxed{\text{ク}} t^2$$

である。

(3) C の原点 O 以外の点における接線が原点を通るとする。接点を P とおくと,

$$P \left(\boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{コ}} \right)$$

であり, C と線分 OP で囲まれた部分の面積 S_1 の値は

$$S_1 = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

(4) 点 A (4, 0) と (3) の点 P をとる。AP の延長と C の交点を Q とすると,

$$Q \left(\boxed{\text{スセ}}, \boxed{\text{ソタ}} \right)$$

であり, C と線分 PQ で囲まれた部分の面積 S_2 の値は

$$S_2 = \frac{\boxed{\text{チツテ}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

である。

〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の **ア** , **イウ** などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**, **イ**, **ウ**, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 **アイウ** に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
イ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ウ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ク	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ケ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, $\sqrt{\text{コサ}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。