

2021年度

⑤ 数 学

(100点 60分)

————— 〈注 意 事 項〉 —————

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから7ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

————— 〈解 答 上 の 注 意〉 —————

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全 問 必 答)

第1問 (配点 25)

(1) 正の実数 x が $x^2 = 7 + 4\sqrt{3}$ を満たすとき,

$$x = \boxed{\text{ア}} + \sqrt{\boxed{\text{イ}}}, \quad \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

(2) 整式 $P(x) = x^4 - 2x^3 - 6x - 9$ を因数分解すると,

$$P(x) = (x + \boxed{\text{エ}})(x - \boxed{\text{オ}})(x^2 + \boxed{\text{カ}})$$

である。

(3) $2\sin\theta - \cos\theta = 1$, $0^\circ < \theta < 180^\circ$ のとき,

$$\sin\theta = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}, \quad \tan\theta = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

(4) 三角形ABCにおいて $AB = 4$, $AC = 6$, $\angle BAC = 120^\circ$ のとき,

$$BC = \boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シス}}}, \quad \triangle ABC = \boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

第2問 (配点 25)

(1) 連立方程式
$$\begin{cases} 2^{x+1} + 3^{2y} = 12 \\ 2^{2x} - 3^{2y+1} = 4 \end{cases}$$
 の解は

$$x = \boxed{\text{ア}}, \quad y = \log_3 \boxed{\text{イ}}$$

である。

(2) 座標平面上に円 $C: x^2 + y^2 - 4x - 12y + 36 = 0$ と直線 $L: 2x + y = 8$ がある。

円 C の中心を A 、半径を r とすると、

$$A \left(\boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エ}} \right), \quad r = \boxed{\text{オ}}$$

である。また、円 C と直線 L の交点を B 、 C とおくと、

$$BC = \frac{\boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

(3) 関数 $f(x) = 3x^2 - 10x + 7$ に対して、

$$\int_0^2 f(x) dx = \boxed{\text{ケ}}, \quad \int_0^2 |f(x)| dx = \boxed{\text{コ}}$$

である。

第3問 (配点 25)

袋の中に赤玉4個と白玉6個、合計10個の玉が入っている。

(1) 袋から4個の玉を同時に取り出す。このとき、赤玉と白玉を2個ずつ取り出す確率は

は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。また、白玉を2個以上取り出す確率は $\frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

(2) まず、袋から2個の玉を同時に取り出す。ここで、

- 白玉を2個取り出したとき試行を終了する。
- 少なくとも1個の赤玉を取り出したとき、残りの8個の中から2個の玉を取り出す。

1回または2回の試行を行い、取り出した赤玉の個数が n となる確率を $P(n)$ とする。

(i) $P(0) = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$, $P(4) = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサシ}}}$ である。

(ii) $P(2) = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。また、取り出した赤玉の個数が2であるとき、はじめに赤玉を1個だけ取り出した条件付き確率は

$\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次に続く。

第4問 (配点 25)

四面体OABCにおいて

$$OA = 4, OB = 5, OC = 6,$$

$$\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 60^\circ$$

とする。

(1) \overrightarrow{OA} と \overrightarrow{OB} の内積の値は

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \boxed{\text{アイ}},$$

三角形OABの面積は

$$\triangle OAB = \boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

(2) 平面OAB上の点Pに対して,

$$\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB} \quad (s, t \text{ は実数の定数})$$

とおく。 $\overrightarrow{CP} \perp \overrightarrow{OA}$ のとき,

$$\boxed{\text{オ}}s + \boxed{\text{カ}}t - \boxed{\text{キ}} = 0$$

が成り立つ。したがって、直線CPが平面OABと直交するとき,

$$s = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}, \quad t = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

であり、線分OPの長さは

$$OP = \boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

(3) 四面体OABCの体積Vの値は

$$V = \boxed{\text{セソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 キク / ケ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ク	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ケ	⊖ ⊕ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, コ $\sqrt{\text{サ}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。