2020年度

⑥　数　学

（100点　60分）

〈注　意　事　項〉

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　問題は２ページから５ページまでです。全問解答しなさい。

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

4　**解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，監督者の指示に従って，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。**

①　**氏名欄**

氏名・フリガナを**記入**しなさい。

②　**受験番号欄**

受験番号(数字)を**記入**し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。

5　**正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。**

6　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

7　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

〈解答上の注意〉

解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。

数　学

（全　問　必　答）

第1問 （配点　25）

(1)　2次方程式 $x^2-3x+1=0$ の2解を α，β とおくと，

$$\alpha^2+\beta^2=\boxed{\text{ア}},\quad (\alpha+2)(\beta+2)=\boxed{\text{イウ}}$$

である。

(2)　整式 $P(x)$ を $x-1$ で割ると 5 余り，$x-2$ で割ると 7 余るという。このとき，$P(x)$ を x^2-3x+2 で割るときの余りは

$$\boxed{\text{エ}}x+\boxed{\text{オ}}$$

である。

(3)　$0\leqq x\leqq 4$ で定義された関数 $f(x)=x^3-3x^2+5$ について，

$$\text{最大値は}\ \boxed{\text{カキ}},\quad \text{最小値は}\ \boxed{\text{ク}}$$

である。また，$y=f(x)$ のグラフと直線 $x=4$ および x 軸，y 軸で囲まれた部分の面積を S とすると

$$S=\boxed{\text{ケコ}}$$

である。

第2問 （配点　25）

(1)　$0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。方程式

$$2\sin 2\theta + 1 = 2\sin\theta + 2\cos\theta$$

は $\boxed{\text{ア}}$ 個の解をもち，

最小の解は $\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}\pi$，　最大の解は $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\pi$

である。

(2)　$x > 0$ で定義された関数 $f(x) = (\log_2 x - 6)\log_2 x$ を考える。方程式 $f(x) = 0$ の解は

$$x = \boxed{\text{カ}}, \quad \boxed{\text{キク}}$$

である。また，$f(x)$は

$x = \boxed{\text{ケ}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{コサ}}$

をとる。

(3)　$a_1 = 2$，$a_{n+1} = 3a_n + 4$ ($n = 1, 2, 3, \cdots$)によって定義された数列$\{a_n\}$について，その一般項は

$$a_n = \boxed{\text{シ}} \cdot \boxed{\text{ス}}^{\,n-1} - \boxed{\text{セ}}$$

である。

第3問 （配点　25）

点Oを原点とする座標平面に，連立不等式

$$2x+y-4\geqq 0,\ \ 2x-y-4\leqq 0,\ \ x-y+4\geqq 0$$

で表された三角形領域Dがある。

(1)　領域Dは，3直線

$$l:2x+y-4=0,\ \ m:2x-y-4=0,\ \ n:x-y+4=0$$

で囲まれている。ここで，lとm，mとn，nとlの交点をそれぞれA，B，Cとおくと，その座標は

$$\mathrm{A}\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}\right),\ \ \mathrm{B}\left(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エオ}}\right),\ \ \mathrm{C}\left(\boxed{\text{カ}},\ \boxed{\text{キ}}\right)$$

である。

(2)　領域Dに外接する円の中心をP，半径をRとすると，

$$\mathrm{P}\left(\boxed{\text{ク}},\ \boxed{\text{ケ}}\right),\ \ R=\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

(3)　領域Dの点$(x,\ y)$に対して，

(i)　x^2+y^2の最小値は $\dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

(ii)　$y-x^2$の最大値は $\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

第4問 （配点　25）

点Oを原点とする座標空間に3点A(0, −1, 2), B(−1, 0, 5), C(1, 1, 3)があある。

(1) ベクトル$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$の大きさと内積について

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{\boxed{\text{アイ}}},\quad |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{\boxed{\text{ウ}}},\quad \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = \boxed{\text{エ}}$$

であり，三角形ABCの面積は

$$\triangle ABC = \frac{\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

(2) 平面ABC上の点Pに関して，実数α，β，γを用いて

$$\overrightarrow{OP} = \alpha\overrightarrow{OA} + \beta\overrightarrow{OB} + \gamma\overrightarrow{OC}$$

とおくと，

$$\alpha + \beta + \gamma = \boxed{\text{ク}}$$

が成り立つ。さらに，OP ⊥ AB，OP ⊥ ACのとき，

$$5\alpha + \boxed{\text{ケコ}}\beta + \boxed{\text{サ}}\gamma = 0,\quad 2\beta + \boxed{\text{シ}}\gamma = 0$$

となり，

$$\overrightarrow{OP} = \left(\boxed{\text{ス}},\ -\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}},\ \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}\right)$$

である。

〈解答上の注意〉

1　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号(－，±)，数字(0～9)が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 1　$\boxed{\text{アイウ}}$ に－83 と答えたいとき

ア	● ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
イ	⊖ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 ● 9
ウ	⊖ ± 0 1 2 ● 4 5 6 7 8 9

2　分数形で解答する場合は，既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例 2　$\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として

キ	● ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ク	⊖ ± 0 1 2 3 ● 5 6 7 8 9
ケ	⊖ ± 0 1 2 3 4 ● 6 7 8 9

3　根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$，$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ に $4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。