

2020年度

⑤ 数 学

(100点 60分)

————— 〈注 意 事 項〉 —————

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は2ページから5ページまでです。全問解答しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
 - ② 受験番号欄
受験番号(数字)を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。
- 5 正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

————— 〈解 答 上 の 注 意〉 —————

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

数 学

(全問必答)

第1問 (配点 25)

(1) x, y は正の実数とし, $x^2 = 2 + \sqrt{3}$, $y^2 = 2 - \sqrt{3}$ とする。このとき,

$$xy = \boxed{\text{ア}}, \quad x + y = \sqrt{\boxed{\text{イ}}}$$

であるから,

$$x^3 + y^3 = \boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

(2) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 $\tan \theta = \frac{\sqrt{5}}{2}$ のとき,

$$\cos^2 \theta = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}, \quad \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{\boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。

(3) 連立方程式 $\begin{cases} 2^x + 3^{2y} = 8 \\ 2^{2x} - 3^{2y+1} = 4 \end{cases}$ の解は

$$x = \boxed{\text{コ}}, \quad y = \log_3 \boxed{\text{サ}}$$

である。

第2問 (配点 25)

- (1) 三角形OABにおいて、 $OA = 3$ 、 $OB = 6$ 、 $\angle AOB = 60^\circ$ とする。内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ の値は

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \boxed{\text{ア}}$$

である。また、 $\angle AOB$ の2等分線が辺ABと交わる点をPとすると、

$$\overrightarrow{OP} = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \overrightarrow{OB}, \quad |\overrightarrow{OP}| = \boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

- (2) 等差数列 $\{a_n\}$ が

$$a_{n+1} = 3a_n - 8n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとき、初項を a 、公差を d とおくと、

$$a = \boxed{\text{ク}}, \quad d = \boxed{\text{ケ}}$$

である。したがって、一般項 a_n は

$$a_n = \boxed{\text{コ}}n + \boxed{\text{サ}}$$

であり、数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n は

$$S_n = \boxed{\text{シ}}n^2 + \boxed{\text{ス}}n$$

である。

第3問 (配点 25)

さいころを3回続けて投げ、

1回目に出た目を a 、2回目に出た目を b 、3回目に出た目を c

とする。

(1) $a = b = c$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ 、 a, b, c がすべて異なる確率は $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$

である。

(2) abc が偶数である確率は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ 、 $a < b < c$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。

(3) abc が9の倍数である確率は $\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である。また、 abc が9の倍数であるとき、

$a = 3$ である条件付き確率は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

第4問 (配点 25)

関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ に対して、グラフ $y = f(x)$ を C とする。

(1) $f(x)$ は

$$x = \boxed{\text{ア}} \text{ で極大値 } \boxed{\text{イ}},$$

$$x = \boxed{\text{ウ}} \text{ で極小値 } \boxed{\text{エ}}$$

をとる。

(2) C と x 軸で囲まれた部分の面積を S とおくと、

$$S = \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

(3) C 上の点 $(t, f(t))$ における接線が点 $A(4, a)$ (a は定数) を通るとき、

$$\boxed{\text{ク}} t^3 - \boxed{\text{ケコ}} t^2 + \boxed{\text{サシ}} t + a - 4 = 0$$

であるから、点 A を通りグラフ C に 3 本の接線が引けるとき、 a の値の範囲は

$$\boxed{\text{スセ}} < a < \boxed{\text{ソタ}}$$

である。

〈解答上の注意〉

- 1 問題の文中の ア , イウ などには, 特に指示がないかぎり, 符号(−, ±), 数字(0~9)が入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つは, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 アイウ に−83 と答えたいとき

ア	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
イ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ウ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- 2 分数形で解答する場合は, 既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として

キ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ク	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ケ	⊖ ⊕ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- 3 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, $\sqrt{\frac{\text{コ}}{\text{サ}}}$, $\frac{\sqrt{\text{シス}}}{\text{セ}}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。